

# PRIMJENA MONTE KARLO SIMULACIJA U ELEKTROENERGETICI

---

**Čedomir Zeljković**

Univerzitet u Banjoj Luci  
Elektrotehnički fakultet

Banja Luka, 2024.

**Prof. dr Čedomir Zeljković**

**PRIMJENA MONTE KARLO SIMULACIJA U ELEKTROENERGETICI**

***Izdavač***

Univerzitet u Banjoj Luci, Elektrotehnički fakultet Banja Luka  
Univerzitetski grad, Bulevar vojvode Petra Bojovića 1A

***Recenzenti***

Prof. dr Petar Matić, Univerzitet u Banjoj Luci  
Prof. dr Goran Dobrić, Univerzitet u Beogradu

***Štampa***

MARKOS design&print studio, Banja Luka

***Lektor***

Dalibor Smiljić

***Tiraž***

100 primjeraka

CIP - Каталогизacija u publikaciji  
Nародна и универзитетска библиотека  
Републике Српске, Бања Лука

621.31:519.875

ЗЕЉКОВИЋ, Чедомир, 1978-

Primjena Monte Karlo simulacija u elektroenergetici /  
Čedomir Zeljković. - 1. izd. - Banja Luka : Elektrotehnički fakultet,  
2024 (Banja Luka : Markos design&print studio,). - X, 163 стр. :  
илустр. ; 25 см

Тираж 100. - Библиографија: стр. 155-163.

ISBN 978-99955-46-55-7

COBISS.RS-ID 140961281

Odlukom Naučno-nastavnog vijeća Elektrotehničkog fakulteta Univerziteta u Banjoj Luci broj 20/3.342-17/24 od 20.6.2024. godine odobreno je da se knjiga pod nazivom „Primjena Monte Karlo simulacija u elektroenergetici”, autora prof. dr Čedomira Zeljkovića, objavi kao univerzitetska naučna monografija.

Ovo djelo se daje na korišćenje pod *Creative Commons* licencom „Autorstvo - dijeliti pod istim uslovima (CC BY-SA)”. Licenca je dostupna na <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>.

И БАЦИШЕ КОЦКЕ ЗА ЊИХ, И ПАДЕ КОЦКА НА МАТИЈУ,  
И БИ ПРИБРОЈАН ЈЕДАНАЕСТОРИЦИ АПОСТОЛА.  
(ДЕЛА АПОСТОЛСКА 1,26)



## PREDGOVOR

U ovoj monografiji sumirana su iskustva autora u primjeni Monte Karlo simulacija za rješavanje različitih problema iz oblasti elektroenergetike, nastala kao rezultat dugogodišnjeg istraživanja i rada na realizaciji više naučno-istraživačkih projekata. Monografija je namijenjena studentima elektroenergetskih usmjerenja, na sva tri ciklusa studija, kao i istraživačima i inženjerima, koji se susreću sa problemima koji imaju stohastičku prirodu.

U posljednjih nekoliko decenija, Monte Karlo simulacije postale su ključni alat u različitim oblastima inženjerstva i nauke, omogućavajući analizu složenih sistema i procesa koji su podložni slučajnim promjenama. Posebno u elektroenergetici, gdje neizvjesnosti poput varijabilnosti potrošnje, meteoroloških veličina i pouzdanosti elemenata elektroenergetskog sistema, igraju značajnu ulogu, Monte Karlo simulacije pružaju moćan okvir za rješavanje ovih izazova.

Lično sam, u svijet primjene Monte Karlo simulacija u elektroenergetici, ozbiljnije zakoračio 2008. godine, kada sam tokom izrade magistarskog rada ustanovio da i relativno mala neizvjesnost u vrijednostima ulaznih podataka može dovesti do značajne devijacije u vrijednostima rezultata. Od tada sam radio na realizaciji više projekata, i u saradnji sa koautorima, objavio petnaestak radova iz ove oblasti.

Sama monografija, uz uvod i zaključak, sadrži tri osnovne cjeline. Prvo je definisana Monte Karlo metoda, uz tumačenje osnovnih pojmova iz teorije vjerovatnoće i statistike, koji su neophodni za pripremu i izvođenje Monte Karlo simulacija. Potom su predstavljene mogućnosti za modelovanje stohastičkih promjenljivih važnih u elektroenergetici, kao što su brzina vjetra, iradijansa, temperatura ambijenta, snaga potrošnje i pouzdanost elemenata elektroenergetskog sistema. Na kraju je dato šest ilustrativnih primjera, u okviru kojih je Monte Karlo simulacija primijenjena za rješavanje karakterističnih problema iz važnih oblasti elektroenergetike: relejne zaštite, pouzdanosti distributivnih sistema i planiranja upotrebe obnovljivih izvora energije.

Izuzetno sam zahvalan recenzentima, cijenjenim profesorima Petru Matiću i Goranu Dobriću, koji su me čvrsto i bezrezervno podržali u realizaciji i izdavanju ove knjige. Iskrenu zahvalnost dugujem svim saradnicima na projektima i koautorima naučnih radova, uz posebno isticanje kolega Predraga Mršića i Bojana Ercega, koji su pročitali rukopis monografije i pomogli mi u otklanjanju mnogih nedostataka.

S poštovanjem,  
Čedomir Zeljković



# SADRŽAJ

<b>1</b>	<b>UVOD</b>	<b>1</b>
1.1	POJAM I PORIJEKLO MONTE KARLO SIMULACIJA	1
1.2	UPOTREBA MONTE KARLO SIMULACIJA	2
1.3	MOGUĆNOSTI PRIMJENE U ELEKTROENERGETICI	4
1.4	OSNOVNE PREDNOSTI I MANE MONTE KARLO SIMULACIJA	5
1.5	ORGANIZACIJA KNJIGE	6
<b>2</b>	<b>OSNOVNI POJMOVI I DEFINICIJE</b>	<b>7</b>
2.1	DOGAĐAJI I VJEROVATNOĆA	7
2.2	SLUČAJNE PROMJENLJIVE	8
2.2.1	Diskretne slučajne promjenljive	8
2.2.2	Neprekidne slučajne promjenljive	10
2.3	OSNOVNE OSOBINE SLUČAJNIH PROMJENLJIVIH	12
2.4	VAŽNIJE RASPODJELE	13
2.4.1	Normalna raspodjela	13
2.4.2	Log-normalna raspodjela	15
2.4.3	Uniformna raspodjela	15
2.4.4	Eksponencijalna raspodjela	17
2.4.5	Wejbulova (Weibull) raspodjela	18
2.4.6	Beta raspodjela	19
2.4.7	Puasonova (Poisson) raspodjela	21
2.5	SLUČAJNI VEKTORI	22
2.5.1	Osnovne karakteristike slučajnih vektora	22
2.6	SLUČAJNI PROCESI	24
2.6.1	Osnovne karakteristike slučajnih procesa	24
2.6.2	Gausovi slučajni procesi	25
2.6.3	Markovljevi slučajni procesi	26
2.6.4	Stacionarni slučajni procesi	26
2.7	GENERISANJE SLUČAJNIH BROJEVA	28
2.7.1	Generisanje slučajnih brojeva iz uniformne raspodjele	29
2.7.2	Generisanje slučajnih brojeva iz proizvoljne raspodjele	31
2.7.3	Matlabove funkcije za rad sa raspodjelama vjerovatnoće	33
2.8	MONTE KARLO SIMULACIJE	35
2.8.1	Sekvencijalne Monte Karlo simulacije	35

2.8.2	Nesekvencijalne Monte Karlo simulacije .....	36
2.8.3	Osnovni elementi Monte Karlo simulacije .....	37
2.8.4	Osnovni primjeri primjene Monte Karlo simulacija .....	38
<b>3</b>	<b>STOHAŠTIČKE POJAVE U ELEKTROENERGETICI .....</b>	<b>45</b>
3.1	BRZINA VJETRA.....	45
3.1.1	Primjer nesekvencijalnog modela .....	46
3.1.2	Primjer sekvencijalnog modela.....	47
3.1.3	Računanje snage vjetroelektrane.....	51
3.1.4	Modeli bez korišćenja podataka o brzini vjetra .....	54
3.2	IRADIJANSA.....	54
3.2.1	Pregled stohastičkih modela iradijanse .....	56
3.2.2	Primjer nesekvencijalnog modela .....	58
3.2.3	Primjer sekvencijalnog modela.....	58
3.2.4	Razdvajanje direktne i difuzne komponente iradijanse .....	63
3.2.5	Računanje ukupne iradijanse solarnog kolektora.....	63
3.2.6	Računanje snage fotonaponske elektrane .....	65
3.2.7	Modeli bez korišćenja podataka o iradijansi.....	65
3.3	TEMPERATURA AMBIJENTA .....	66
3.3.1	Primjer nesekvencijalnog modela .....	66
3.3.2	Primjer sekvencijalnog modela.....	68
3.4	SNAGA POTROŠNJE.....	72
3.4.1	Primjer nesekvencijalnog modela .....	73
3.4.2	Primjer sekvencijalnog modela.....	74
3.5	POUZDANOST ELEMENATA EES .....	76
3.5.1	Primjer nesekvencijalnog modela .....	78
3.5.2	Primjer sekvencijalnog modela.....	78
3.5.3	Model za uvažavanje neravnomjerne pojave kvarova u vremenu ...	79
3.6	OSVRT NA JOŠ NEKE STOHAŠTIČKE PROMJENLJIVE .....	82
3.6.1	Cijene energenata na tržištu .....	82
3.6.2	Planiranje i eksploatacija električnih vozila .....	83
3.6.3	Riječni protok .....	83
<b>4</b>	<b>ILUSTRATIVNI PROBLEMI .....</b>	<b>85</b>
4.1	TESTIRANJE ALGORITAMA RELEJNE ZAŠTITE .....	85
4.1.1	Postavka problema .....	86
4.1.2	Primjena Monte Karlo simulacije .....	89
4.1.3	Osnovni rezultati.....	92



4.2	ODREĐIVANJE POKAZATELJA POUZDANOSTI DISTRIBUTIVNIH MREŽA .....	95
4.2.1	Postavka problema.....	96
4.2.2	Primjena Monte Karlo simulacije.....	98
4.2.3	Osnovni rezultati.....	105
4.3	PROIZVODNJA FOTONAPONSKIH SISTEMA U GRADSKIM USLOVIMA.....	108
4.3.1	Postavka problema.....	109
4.3.2	Primjena Monte Karlo simulacije.....	109
4.3.3	Osnovni rezultati.....	117
4.4	ODREĐIVANJE MOGUĆE SNAGE NOVIH OBNOVLJIVIH IZVORA U MREŽI ...	119
4.4.1	Postavka problema.....	119
4.4.2	Primjena Monte Karlo simulacije.....	120
4.4.3	Osnovni rezultati.....	124
4.5	DIMENZIONISANJE SAMOSTALNOG IZVORA ZA NAPAJANJE .....	127
4.5.1	Postavka problema.....	128
4.5.2	Primjena Monte Karlo simulacije.....	130
4.5.3	Osnovni rezultati.....	138
4.6	MOGUĆNOSTI OPTIMIZACIJE PRIMJENOM MONTE KARLO SIMULACIJA ...	143
4.6.1	Postavka problema.....	144
4.6.2	Primjena Monte Karlo simulacije.....	146
4.6.3	Osnovni rezultati.....	147
<b>5</b>	<b>ZAKLJUČAK .....</b>	<b>153</b>
	<b>LITERATURA .....</b>	<b>155</b>



# 1

## UVOD

Monte Karlo simulacija je matematička metoda pomoću koje se, uz upotrebu slučajnih brojeva i velikog broja ponavljanja proračuna, određuju karakteristike i ponašanje determinističkih ili stohastičkih sistema. Monte Karlo simulacije su posebno primjerene za rješavanje veoma kompleksnih zadataka, u okviru kojih se model sistema kao cjeline ili ne može napraviti ili je previše glomazan za proučavanje. Zbog svoje sposobnosti za rješavanje složenih problema, Monte Karlo simulacije su popularne u mnogim oblastima kao što su fizika, hemija, ekonomija i meteorologija. Metoda takođe ima široku primjenu i u elektroenergetici, gdje predstavlja efikasan alat u analizi pouzdanosti, optimizaciji resursa, procjeni rizika i dugoročnom planiranju.

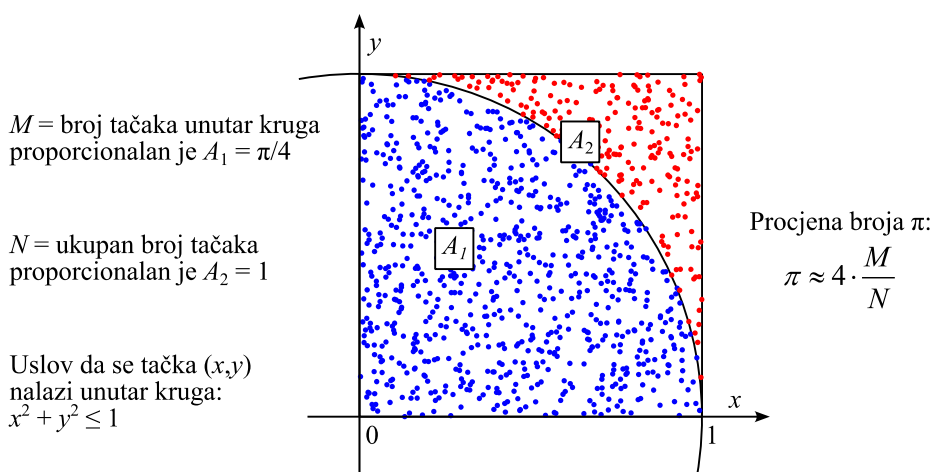
### 1.1 Pojam i porijeklo Monte Karlo simulacija

Monte Karlo simulacije su osmišljene tokom četrdesetih godina prošlog vijeka u Los Alamos laboratoriji Sjedinjenih Američkih Država, u kojoj je radio tim za razvoj nuklearnog naoružanja. Sama ideja za stvaranje metode pripisuje se Stanislavu Ulamu (*Stanislaw Ulam*), američkom matematičaru poljskog porijekla. Ulam je mnogo vremena provodio igrajući kartašku kombinatoričku igru pasijans, pri tom se pitajući kolika je vjerovatnoća da se u proizvoljnoj partiji karte mogu složiti u traženi redosljed. Kako se ispostavlja da je navedenu vjerovatnoću nemoguće izračunati matematičkim izrazima u zatvorenoj formi, došao je na ideju da igru jednostavno odigra veliki broj puta, te da traženu vjerovatnoću procijeni kao odnos broja uspješnih ishoda prema ukupnom broju odigranih partija. U timu sa Džonom fon Nojmanom (*John Von Neumann*) i Nikolasom Metropolisom (*Nicholas Metropolis*), ideju iz kartaške igre primijenio na simulaciju procesa difuzije neutrona u fisibilnom materijalu, što je pomoglo u realizaciji hidrogenske bombe. Metoda je prvi put javnosti predstavljena u radu objavljenom 1949. godine [1], kada je i ozvaničen termin Monte Karlo. Ideja za ovaj termin dolazi od imena područja u kneževini Monako, koje je poznato po kockarnicama i igrama na sreću.

## 1.2 Upotreba Monte Karlo simulacija

Iako se za rješavanje problema manje kompleksnosti Monte Karlo simulacije mogu izvršavati i manuelnim proračunima, metoda svoj pravi smisao dobija upotrebom računara. Ulam, Fon Nojman i Metropolis su na raspolaganju imali ENIAC, elektronski računar skromnih mogućnosti, koji je 1946. godine konstruisan pri Univerzitetu Pensilvanija. Sa daljim rapidnim poboljšanjem performansi računara, primjena Monte Karlo simulacija takođe je bivala sve rasprostranjenija, u različitim naučnim disciplinama. Dva su osnovna područja u kojima se primjenjuju Monte Karlo simulacije – rješavanje determinističkih i rješavanje stohastičkih problema.

Za jednostavnu ilustraciju primjene Monte Karlo simulacije u rješavanju determinističkih problema često se navodi zadatak određivanja vrijednosti broja  $\pi$ , kako je prikazano na slici 1.1. Princip rješavanja ovog zadatka se bazira na generisanju velikog broja slučajnih tačaka koje su uniformno raspodijeljene po površini jediničnog kvadrata i ispitivanju koje od tih tačaka pripadaju četvrtini kruga jediničnog poluprečnika. Budući da površina četvrtine kruga jediničnog poluprečnika iznosi  $\pi/4$ , a površina kvadrata jednaka je jedan, vrijednost broja  $\pi$  prema broju 4 je u približno istoj proporciji kao i broj tačaka unutar četvrtine kruga u odnosu na ukupan broj tačaka.

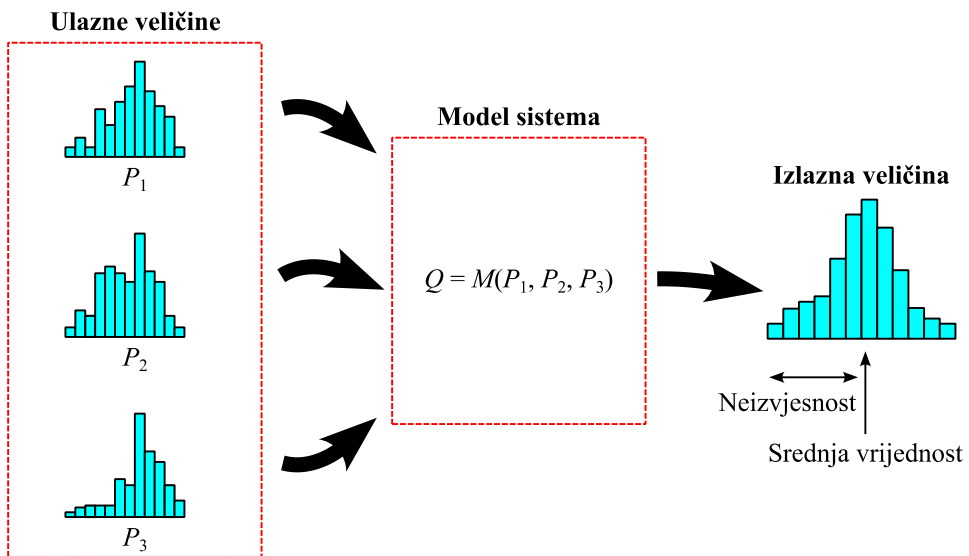


**SLIKA 1.1**

Ilustracija određivanja vrijednosti broja  $\pi$  pomoću Monte Karlo simulacije kao primjer rješavanja determinističkog problema

Ovo je samo osnovna ideja na bazi koje se mogu rješavati i mnogo složeniji problemi, kao što su numeričko izračunavanje određenih integrala ili rješavanje diferencijalnih jednačina.

Stohastički problemi podrazumijevaju da ponašanje sistema zavisi od jedne ili više ulaznih veličina čije vrijednosti nisu poznate sa sigurnošću. Kod simulacija stohastičkih sistema vrijednosti ulaznih promjenljivih se biraju slučajno, ali vodeći računa o tome da vjerovatnoća izbora određene ulazne vrijednosti odgovara vjerovatnoći pojave te vrijednosti u prirodi realnog sistema. Za svaki set ulaznih podataka, simulira se ponašanje sistema i izračunavaju se traženi pokazatelji. Pokazatelji se ne dobijaju u formi jedinstvene determinističke vrijednosti, nego se dobija skup mogućih ishoda, zajedno sa vjerovatnoćama njihove pojave. Statističkom obradom rezultata simulacije diskutuje se o srednjoj vrijednosti, disperziji rezultata, ekstremnim scenarijima ili procjeni rizika tako da se pojavi neki ishod. Princip primjene Monte Karlo simulacije za analizu stohastičkih sistema prikazan je na slici 1.2.



**SLIKA 1.2**

Ilustracija primjene Monte Karlo simulacije za rješavanje stohastičkih problema

### 1.3 Mogućnosti primjene u elektroenergetici

Monte Karlo simulacije, kao moćan alat, mogu se, takođe, upotrijebiti i u elektroenergetici, za analizu i optimizaciju složenih sistema. Ove simulacije omogućavaju procjenu vjerovatnoće ostvarenja različitih scenarija i kvantifikaciju rizika, što je ključno za donošenje odluka u energetsom sektoru.

Jedna od najvažnijih primjena Monte Karlo simulacija u elektroenergetici je *procjena pouzdanosti elektroenergetskih sistema*. Pomoću njih, inženjeri mogu simulirati različite radne režime i pojave kvarova na pojedinim elementima, kako bi procijenili vjerovatnoću prekida u snabdijevanju električnom energijom. Na taj način, mogu se identifikovati kritične tačke sistema, te planirati održavanje ili unapređenja, koja dovode do povećanja pouzdanosti.

Monte Karlo simulacije se koriste za *optimizaciju rada elektroenergetskih mreža i planiranje kapaciteta*. Na primjer, simulacijom različitih scenarija potrošnje energije i proizvodnje iz obnovljivih izvora, poput vjetroelektrana i fotonaponskih elektrana, mogu se izraditi optimalni planovi za balansiranje potrošnje i proizvodnje. Ovo uključuje procjenu rezervi kapaciteta potrebnih za sigurno snabdijevanje tokom vršnih opterećenja ili u slučaju nepredviđenih kvarova.

Monte Karlo simulacije moguće je upotrijebiti i za *analizu tržišta električne energije*. Simulacije različitih scenarija cijena goriva, potrošnje i proizvodnje omogućavaju procjenu rizika i razvoj strategija za trgovanje energijom. Ovaj pristup pomaže učesnicima na tržištu da donesu odluke o kupovini i prodaji energije, te da optimizuju svoje aktivnosti u skladu sa promjenljivim uslovima na tržištu.

*Integracija obnovljivih izvora energije u elektroenergetski sistem* donosi izazove zbog njihove varijabilnosti i nepredvidljivosti. Monte Karlo simulacije omogućavaju određivanje proizvodnje energije iz obnovljivih izvora pod različitim vremenskim uslovima i ispitivanje njihovog uticaja na mrežu. Na taj način se mogu procijeniti potrebni kapaciteti za skladištenje energije, rezerve i druge mjere koje osiguravaju stabilnost i pouzdanost mreže.

*Upravljanje rizicima* je još jedna od važnih primjena Monte Karlo simulacija u elektroenergetici. Korišćenjem ovih simulacija, energetske kompanije mogu kvantifikovati rizike povezane sa operativnim i finansijskim aspektima poslovanja. Ovo uključuje procjenu rizika od kvarova, prirodnih katastrofa i tržišnih fluktuacija, te razvoj strategija za prevazilaženje tih rizika.

Na osnovu svega navedenog se zaključuje da Monte Karlo simulacije pružaju značajnu pomoć za moderno upravljanje i planiranje u elektroenergetici. One omogućavaju dublje razumijevanje složenih sistema, kvantifikaciju nesigurnosti i

rizika, te optimizaciju resursa. Korišćenjem ove metode, energetski sektor postaje efikasniji, pouzdaniji i otporniji na promjene i nepredviđene situacije.

## 1.4 Osnovne prednosti i mane Monte Karlo simulacija

Primjena Monte Karlo simulacija je doživjela ekspanziju zahvaljujući nizu dobrih osobina koje karakterišu ovu metodu, među kojima se posebno ističu: fleksibilnost upotrebe, mogućnost rješavanja složenih problema i jednostavnost realizacije.

Monte Karlo simulacije su *fleksibilne*, jer se mogu primijeniti na širok spektar problema u različitim naučnim i inženjerskim disciplinama. Pomoću njih je moguće *rješavanje složenih zadataka* koji sadrže nelinearnosti, koji uključuju stohastičke parametre i, koji su, inače, previše komplikovani da bi bili riješeni na analitički način. *Jednostavnosti realizacije* u praksi doprinosi činjenica da većina programskih paketa nudi funkcije za rad sa slučajnim brojevima, čime se olakšavaju njihovo generisanje i manipulacija. Takođe, modelovanje sistema (posmatranog procesa) se svodi na uspostavljanje uzročno-posljedičnih veza koje vode od ulaznih do izlaznih promjenljivih, bez potrebe za rješavanjem problema u zatvorenoj, analitičkoj formi.

Uz naglašavanje prednosti i mogućnosti Monte Karlo simulacija, svakako treba biti i oprezan kod njihove primjene, budući da metoda sa sobom nosi i određene zamke i nedostatke. Među manama Monte Karlo simulacija najčešće se navode: potreba za jakim računarskim resursima, značajna zavisnost rezultata od kvaliteta ulaznih podataka i potreba za ekspertizom u tumačenju dobijenih rezultata.

Monte Karlo simulacije često zahtijevaju *upotrebu snažnih računarskih resursa*, u smislu velike procesorske snage, memorijskog prostora i vremena potrebnog za izvođenje simulacije. Ovo je posebno slučaj kada je model sistema složen i kada je broj promjenljivih velik. Simulacije u meteorologiji su primjer zadatka koji je toliko složen da je, umjesto standardnih desktop računara, neophodno koristiti namjenski dizajnirane superkompjutere.

Kvalitet izlaznih rezultata veoma zavisi od *načina na koji su pripremljeni ulazni podaci za simulacije*. Ukoliko se odaberu pogrešni modeli za generisanje ulaznih podataka, greške će se dodatno multiplicirati tokom simulacije i dobiće se neupotrebljivi rezultati.

Iako Monte Karlo simulacije proizvode hrpu izlaznih podataka koji sadrže korisne informacije o reakciji sistema u različitim scenarijima, *tumačenje tih rezultata često nije jednostavno*. Za interpretaciju rezultata simulacija potrebna su ekspertiska znanja iz statistike.

## 1.5 Organizacija knjige

Uvod ove knjige prate tri poglavlja i zaključak.

U drugom poglavlju predstavljaju se teorijske osnove koje su neophodne za rad sa Monte Karlo simulacijama. Prvo se daju definicije slučajnih promjenljivih i slučajnih procesa, te pregled njihovih osnovnih osobina. Potom se govori o generatorima slučajnih brojeva i načinima za njihovu realizaciju u okviru softverskih alata. Na kraju se detaljnije opisuje princip Monte Karlo simulacije, te se govori o vrstama i osnovnim elementima ove matematičke metode.

Tema trećeg poglavlja je modelovanje stohastičkih pojava i procesa važnih u elektroenergetici. Detaljno se razmatraju načini za modelovanje brzine vjetra, Sunčeve iradijance, ambijentalne temperature, snage potrošnje i pouzdanosti elemenata elektroenergetskog sistema. Na kraju poglavlja se daje i osvrt na mogućnosti stohastičkog modelovanja i za još neke karakteristične veličine u elektroenergetici, kao što su cijene energenata na tržištu, upotreba električnih vozila i hidrološki podaci.

U četvrtom poglavlju prikazano je šest različitih primjera u kojima su Monte Karlo simulacije primijenjene za rješavanje nekog konkretnog problema iz oblasti elektroenergetike. Primjeri uključuju: (1) probabilističko testiranje algoritama relejne zaštite, (2) određivanje pokazatelja pouzdanosti distributivnih mreža, (3) određivanje proizvodnje fotonaponskih sistema u gradskim uslovima, (4) određivanje moguće snage novih obnovljivih izvora u mreži, (5) dimenzionisanje samostalnog izvora za napajanje i (6) mogućnosti optimizacije uz pomoć Monte Karlo simulacija.

Peto poglavlje sadrži zaključak i moguće pravce za dalji rad na temu primjene Monte Karlo simulacija u elektroenergetici.



# 2

## OSNOVNI POJMOVI I DEFINICIJE

U ovom poglavlju osvrnućemo se na osnovne definicije i tumačenja pojmova iz matematičke vjerovatnoće i statistike, koje ćemo koristiti tokom rješavanja zadatih problema. Poglavlje je zamišljeno više kao podsjetnik i pregled ključnih pojmova, dok se za preciznija i detaljnija objašnjenja čitaoci upućuju na literaturu iz matematike [2].

### 2.1 Događaji i vjerovatnoća

*Događaj* je osnovni pojam u teoriji vjerovatnoće, koji predstavlja skup mogućih ishoda nekog eksperimenta. Na primjer, kao rezultat ispitivanja nekog elementa elektroenergetskog sistema, moguće je dobiti dva odgovora: „ispravan” ili „neispravan”. U formalnom smislu, događaj je podskup prostora ishoda  $\Omega$ , gdje je  $\Omega$  skup svih mogućih ishoda eksperimenta.

Matematički, ako je  $\Omega$  skup svih mogućih ishoda, događaj  $A$  predstavlja podskup  $\Omega$ , tj.  $A \subseteq \Omega$ . Na primjer, kod bacanja šestostrane kocke, prostor ishoda je  $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$ , a događaj  $A$  može biti dobijanje parnog broja, tj.  $A = \{2,4,6\}$ .

*Vjerovatnoća* je kvantitativna mjera neizvjesnosti ili šanse da će se ostvariti neki događaj. Postoji nekoliko različitih pristupa definisanju vjerovatnoće, ali svi oni dijele zajednički cilj: da dodijele realni broj između 0 i 1 svakom događaju u prostoru ishoda, gdje 0 znači da se događaj nikada ne događa, a 1 da se događa uvijek. U prethodnom primjeru, vjerovatnoća da se bacanjem kocke dobije paran broj iznosi 0,5.

Formalno, vjerovatnoća je funkcija  $P$  koja zadovoljava sljedeće aksiome:

1. Nenegativnost: Za svaki događaj  $A$  iz prostora događaja, vjerovatnoća  $P(A)$  je nenegativna, tj.  $P(A) \geq 0$ .
2. Normiranost: Vjerovatnoća sigurnog događaja (cijelog prostora ishoda) je 1, tj.  $P(\Omega) = 1$ .
3. Aditivnost: Za bilo koji disjunktni niz događaja  $A_1, A_2, A_3, \dots$  vrijedi:

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i).$$

Ove aksiome je postavio ruski matematičar Andrej N. Kolmogorov (*Андрей Николаевич Колмогоров*) i one čine osnovu savremene teorije vjerovatnoće.

## 2.2 Slučajne promjenljive

*Slučajna promjenljiva* je matematički koncept koji se koristi u teoriji vjerovatnoće kako bi se formalno modelovala slučajnost ili neizvjesnost u ishodima nekog eksperimenta. Definiše se kao funkcija koja svakom događaju u prostoru uzorkovanja dodjeljuje numeričku vrijednost.

Formalno, neka je  $\Omega$  prostor uzorkovanja (skup svih mogućih ishoda eksperimenta). Slučajna promjenljiva  $X$  je funkcija koja preslikava svaki ishod eksperimenta u realni broj. Simbolički to zapisujemo  $X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ .

Postoje dva osnovna tipa slučajnih promjenljivih: diskretne i neprekidne slučajne promjenljive.

Ako je skup vrijednosti koje slučajna promjenljiva može uzeti diskretan (konačan ili prebrojiv), tada je slučajna promjenljiva diskretna. Na primjer, ispravnost nekog elementa elektroenergetskog sistema (0 – „neispravan” ili 1 – „ispravan”) je diskretna slučajna promjenljiva sa dvije moguće vrijednosti. Broj kvarova u sistemu u toku jedne godine, takođe, je diskretna slučajna promjenljiva, ali u ovom slučaju moguće vrijednosti pripadaju prebrojivom skupu nenegativnih cijelih brojeva.

Ako skup vrijednosti slučajne promjenljive može uzeti bilo koju vrijednost unutar određenog intervala skupa realnih brojeva (ograničenog ili neograničenog), tada se radi o neprekidnoj (kontinualnoj) slučajnoj promjenljivoj. Na primjer, brzina vjetra, snaga potrošnje nekog grada ili cijena električne energije na berzi predstavljaju neprekidne slučajne promjenljive.

### 2.2.1 Diskretne slučajne promjenljive

*Diskretna slučajna promjenljiva* je vrsta slučajne promjenljive koja može uzeti samo određene izolovane vrijednosti, sa vjerovatnoćama koje se dodjeljuju tim vrijednostima. Formalno, diskretna slučajna promjenljiva se definiše kao funkcija koja pridružuje vjerovatnoće svakoj mogućoj vrijednosti koju može uzeti.

Neka je  $X$  diskretna slučajna promjenljiva, a  $x_1, x_2, x_3, \dots$  vrijednosti koje promjenljiva  $X$  može da uzme. *Funkcija vjerovatnoće* za diskretnu slučajnu promjenljivu  $X$  se definiše kao:

$$P(X = x_i) = p_i, \quad (2.1)$$

gdje je  $P(X = x_i)$  vjerovatnoća da diskretna slučajna promjenljiva  $X$  uzme vrijednost  $x_i$ , a  $p_i$  je stvarna vrijednost vjerovatnoće.

Važno je napomenuti da suma svih vjerovatnoća, za sve moguće vrijednosti  $x_i$ , mora biti jednaka 1:

$$\sum_i P(X = x_i) = 1. \quad (2.2)$$

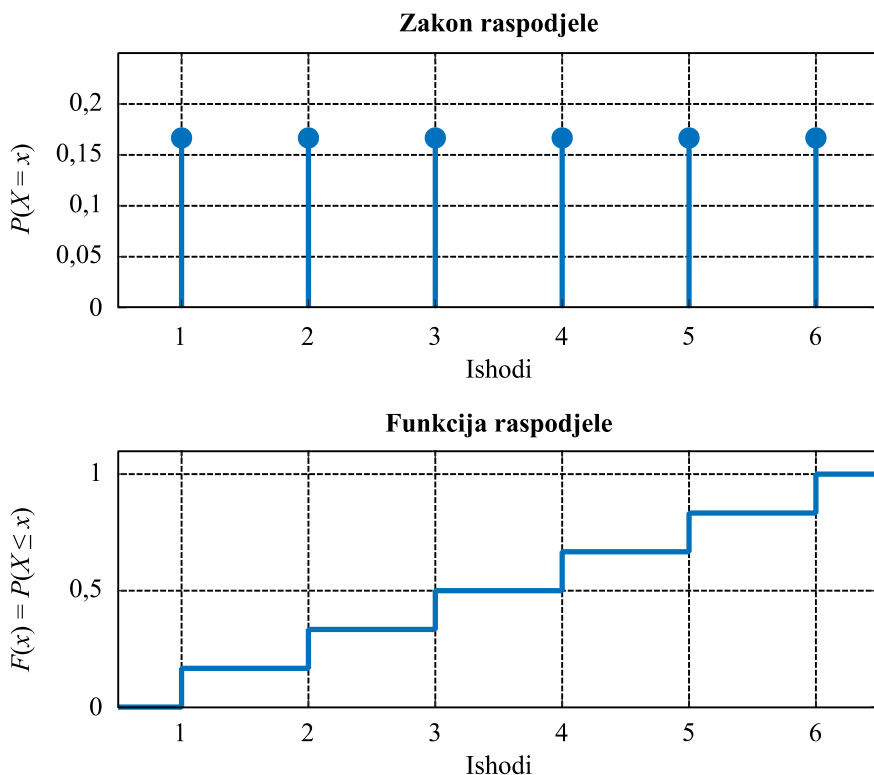
Skup vjerovatnoća naziva se *zakon raspodjele*. Zakon raspodjele u potpunosti određuje raspodjelu, ako je ona diskretna. Na istom skupu  $\{x_i\}$  moguće je definisati različite raspodjele, pod uslovom da je  $\sum p_i = 1$  i da je  $p_i \geq 0$  za svako  $i$ . Od diskretnih raspodjela posebno su poznate binomna, Puasonova, Bernulijeva, geometrijska i diskretna uniformna raspodjela.

Pokazuje se da je svaka raspodjela u potpunosti određena svojim vrijednostima na intervalima oblika  $(-\infty, x]$ . Zato se definiše *funkcija raspodjele* slučajne promjenljive, kao njeno važno obilježje. Prema formalnoj matematičkoj definiciji funkcija raspodjele  $F(x)$  se zapisuje kao:

$$F(x) = P(X \leq x) \quad (2.3)$$

i tumači kao vjerovatnoća da je vrijednost slučajne promjenljive manja ili jednaka zadatom argumentu  $x$ . U literaturi se funkcija raspodjele često naziva i kumulativna funkcija raspodjele (eng. *Cumulative Distribution Function* – CDF). Funkcija raspodjele diskretne promjenljive ima stepenast oblik, sa onoliko skokova koliko ima mogućih vrijednosti slučajne promjenljive.

Na slici 2.1 prikazani su zakon raspodjele i funkcija raspodjele za slučajnu promjenljivu kojom se modeluje bacanje šestostrane kocke. Zakon raspodjele pokazuje da postoji šest mogućih ishoda, sa jednakom vjerovatnoćom pojave od  $1/6$ . Funkcija raspodjele zato ima šest skokova, u tačkama iz skupa  $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$ . Ako se npr. testira proizvoljna vrijednost  $x = 3,2$ , sa dijagrama se očitava da vjerovatnoća da bacanje kocke rezultuje brojem koji je manji od 3,2 iznosi  $F(3,2) = 0,5 = 50\%$ . Za funkciju vjerovatnoće vrijede uslovi  $F(-\infty) = 0$  i  $F(+\infty) = 1$ .

**SLIKA 2.1**

Zakon raspodjele i funkcija raspodjele koji opisuju bacanje šestostrane kocke

## 2.2.2 Nепrekidne slučajne promjenljive

*Neprekidna slučajna promjenljiva* je vrsta slučajne promjenljive koja može poprimiti bilo koju vrijednost unutar nekog intervala na realnoj pravoj. Za razliku od diskretnih slučajnih promjenljivih, vjerovatnoća da neprekidna slučajna promjenljiva uzme neku konkretnu vrijednost iznosi nula. Umjesto toga, operiše se sa vjerovatnoćama da slučajna promjenljiva uzme vrijednost iz nekog intervala skupa realnih brojeva. Funkcija raspodjele neprekidne slučajne promjenljive je neprekidna i, takođe, zadovoljava uslove  $F(-\infty) = 0$  i  $F(+\infty) = 1$ .

Ako postoji nenegativna funkcija  $f$  definisana na skupu  $\mathbb{R}$  i takva da za svako  $x$  iz skupa  $\mathbb{R}$  važi da je:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx, \quad (2.4)$$

kažemo da se  $f$  zove *funkcija gustine vjerovatnoće* neprekidne slučajne promjenljive. Na osnovu ove definicije može se dokazati da za funkciju gustine vjerovatnoće, takođe, vrijede i sljedeće tri osobine:

1. Za svako  $a, b \in \mathbb{R}$  ( $a < b$ ) vjerovatnoća da  $X$  pripada intervalima  $(a, b)$ ,  $[a, b)$ ,  $(a, b]$  i  $[a, b]$  dobija se kao određeni integral funkcije gustine vjerovatnoće u granicama od  $a$  do  $b$ :

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx. \quad (2.5)$$

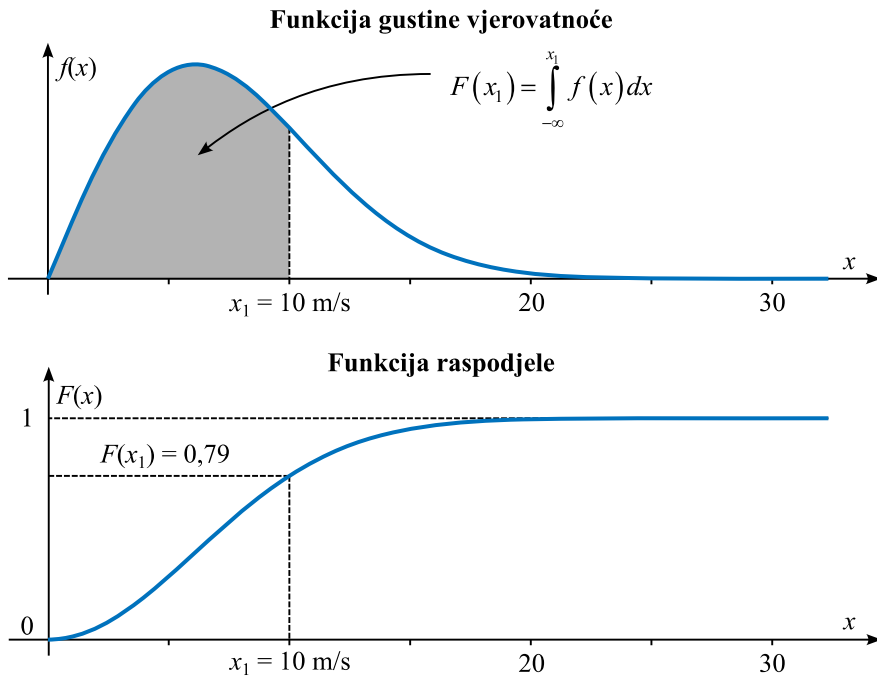
2. Za svako  $a \in \mathbb{R}$  vrijede jednakosti:

$$\begin{aligned} P(X < a) &= P(X \leq a) = \int_{-\infty}^a f(x) dx, \\ P(X > a) &= P(X \geq a) = \int_a^{+\infty} f(x) dx. \end{aligned} \quad (2.6)$$

3. Uvijek je ispunjeno:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1. \quad (2.7)$$

Na slici 2.2 prikazane su funkcija raspodjele i funkcija gustine vjerovatnoće za jednu slučajnu promjenljivu kojom se modeluje brzina vjetra na nekoj lokaciji, interesantnoj za izgradnju vjetroelektrane. Uočava se da ova slučajna promjenljiva uzima vrijednosti iz intervala  $[0, \infty)$ , što je logično, budući da brzina vjetra može uzeti bilo koju nenegativnu vrijednost. Iz funkcije gustine takođe se vidi da se na posmatranoj lokaciji sa najvećom vjerovatnoćom javljaju brzine vjetra od oko 6 m/s. Pojava ekstremnih brzina vjetra ( $x \geq 20$  m/s) je moguća, ali vjerovatnoća takvih događaja je veoma mala. Pomoću predstavljenih dijagrama može se ilustrovati i način za određivanje vjerovatnoće da je brzina vjetra manja od neke zadate vrijednosti, na primjer  $x \leq 10$  m/s. Tražena vjerovatnoća se očitava direktno sa dijagrama funkcije vjerovatnoće ( $F(10) = 0,79$ ) ili se određuje kao veličina osjenčene površine ispod krive funkcije gustine, prema relaciji (2.6).

**SLIKA 2.2**

Funkcija gustine vjerovatnoće i funkcija raspodjele za brzinu vjetra na nekoj lokaciji

### 2.3 Osnovne osobine slučajnih promjenljivih

U osnovne osobine slučajnih promjenljivih ubrajamo matmatičko očekivanje, varijansu i standardnu devijaciju.

*Matematičko očekivanje*  $E(X)$  (ili srednja vrijednost  $\mu$ ) diskretne slučajne promjenljive određuje se kao ponderisani prosjek njenih vrijednosti:

$$\mu = E(X) = \sum_i x_i \cdot p_i, \quad (2.8)$$

gdje su  $x_i$  vrijednosti koje može da uzme slučajna promjenljiva, a  $p_i$  su vjerovatnoće njihove pojave.

Matematičko očekivanje neprekidne slučajne promjenljive određuje se pomoću izraza:

$$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) \cdot dx. \quad (2.9)$$

*Varijansa* je mjera disperzije, odnosno odstupanja vrijednosti, slučajne promjenljive od srednje vrijednosti. Formalno, varijansa slučajne promjenljive se definiše kao matematičko očekivanje kvadrata njenog odstupanja od srednje vrijednosti:

$$Var(X) = E[(X - \mu)^2]. \quad (2.10)$$

Kod diskretnih slučajnih promjenljivih varijansa se određuje uz pomoć sljedećeg izraza:

$$Var(X) = \sum_i (x_i - \mu)^2 \cdot p_i, \quad (2.11)$$

a kod neprekidnih slučajnih promjenljivih:

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 \cdot f(x) \cdot dx. \quad (2.12)$$

Standardna devijacija se definiše kao kvadratni korijen varijanse:

$$\sigma = \sqrt{Var(X)}. \quad (2.13)$$

## 2.4 Važnije raspodjele

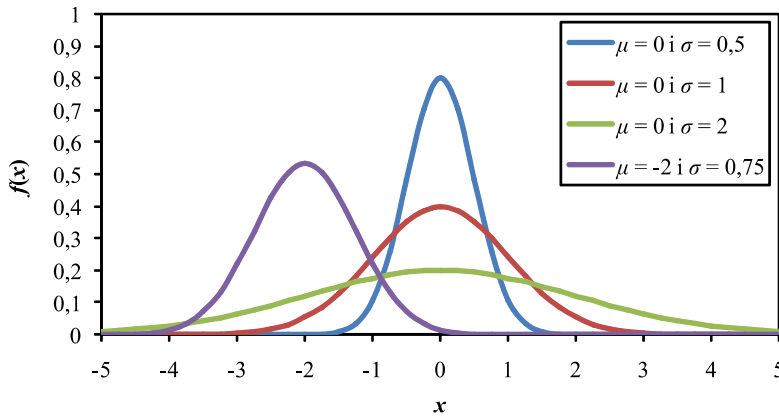
Postoji veliki broj različitih raspodjela vjerovatnoće, a neke od njih se često koriste u elektroenergetici, budući da kvalitetno opisuju konkretne stohastičke pojave iz prakse.

### 2.4.1 Normalna raspodjela

Normalna raspodjela se koristi za modelovanje mnogih stohastičkih pojava u prirodi, pa tako i u elektroenergetici, zbog svoje osobine da prirodno opisuje fenomene koji se pojavljuju kao rezultat kombinacije velikog broja nezavisnih i nasumičnih faktora. Normalna raspodjela je opisana sljedećom funkcijom gustine vjerovatnoće:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad (2.14)$$

gdje su  $\mu$  i  $\sigma$  parametri. Dijagram normalne raspodjele, u zavisnosti od vrijednosti parametara, prikazan je na slici 2.3. Specijalno za  $\mu=0$  i  $\sigma=1$  dobija se tzv. *standardna normalna raspodjela*.



**SLIKA 2.3**

Normalna funkcija gustine vjerovatnoće u zavisnosti od vrijednosti parametara

Normalna raspodjela ima sljedeću kumulativnu funkciju raspodjele:

$$F(x) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{x - \mu}{\sqrt{2}\sigma} \right) \right], \quad (2.15)$$

gdje je sa  $\operatorname{erf}$  označena *Gausova funkcija greške* definisana kao:

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt. \quad (2.16)$$

Matematičko očekivanje normalne raspodjele određujemo formulom:

$$E(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = \mu. \quad (2.17)$$

Varijansu određujemo po formuli:



$$Var(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = \sigma^2. \quad (2.18)$$

Za vrijednost standardne devijacije dobijamo:

$$\sqrt{Var(x)} = \sigma. \quad (2.19)$$

Primjećujemo da je za normalnu raspodjelu matematičko očekivanje jednako baš parametru  $\mu$ , a standardna devijacija parametru  $\sigma$ . Iz ovog razloga se i kod ostalih raspodjela matematičko očekivanje i standardna devijacija uobičajeno označavaju sa  $\mu$  i  $\sigma$ , respektivno.

### 2.4.2 Log-normalna raspodjela

Log-normalna raspodjela je neprekidna raspodjela vjerovatnoće čija prirodna logaritamska transformacija ima normalnu raspodjelu. Drugim riječima, ako slučajna promjenljiva  $Y$  ima log-normalnu raspodjelu, onda njen prirodni logaritam  $X = \ln(Y)$  ima normalnu raspodjelu. Ovdje nećemo navoditi formule za funkciju raspodjele, gustinu vjerovatnoće, matematičko očekivanje i varijansu log-normalne raspodjele, budući da se one izvode logaritamskom transformacijom iz formula za normalnu raspodjelu.

Log-normalna raspodjela može se koristiti za modelovanje različitih pojava i veličina u elektroenergetici. Vrijeme trajanja kvara, odnosno vrijeme oporavka sistema, često prati log-normalnu raspodjelu. Vrijednosti cijena gasa ili električne energije na berzi mogu se modelovati ovom raspodjelom. U nekim radovima se log-normalna raspodjela koristi za opisivanje dnevnog hoda temperature (razlike između minimalne i maksimalne vrijednosti u toku jednog dana).

### 2.4.3 Uniformna raspodjela

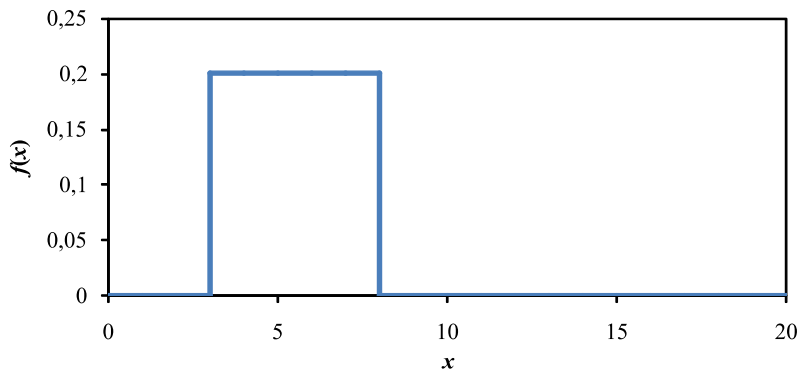
Uniformna raspodjela, poznata i kao ravnomjerna raspodjela, često se koristi u elektroenergetici za modelovanje pojava i veličina koje imaju jednaku vjerovatnoću pojavljivanja u datom intervalu. Ova raspodjela je korisna kada nema razloga da se preferira bilo koja vrijednost unutar određenog raspona. Uniformnom raspodjelom može se, na primjer, modelovati udaljenost kvara od početka voda (0–100% dužine) ili ugao rotora generatora u trenutku kvara (0–360°).

Uniformna raspodjela je opisana sljedećom funkcijom gustine vjerovatnoće:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{za } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{za } x < a \text{ ili } x > b \end{cases}, \quad (2.20)$$

pri čemu su  $a$  i  $b$  parametri raspodjele ( $a, b \in \mathbb{R}$  i  $a < b$ ).

Dijagram funkcije gustine uniformne raspodjele prikazan je na slici 2.4.



**SLIKA 2.4**

Ilustracija uniformne raspodjele na proizvoljnom intervalu ( $a = 3$ ,  $b = 8$ )

Uniformna raspodjela ima sljedeću kumulativnu funkciju raspodjele:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{za } x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{za } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{za } x > b \end{cases}. \quad (2.21)$$

Matematičko očekivanje uniformne raspodjele može se odrediti po sljedećoj formuli:

$$E(x) = \mu = \frac{a+b}{2}. \quad (2.22)$$

Varijansu određujemo po formuli:

$$Var(x) = \sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}. \quad (2.23)$$

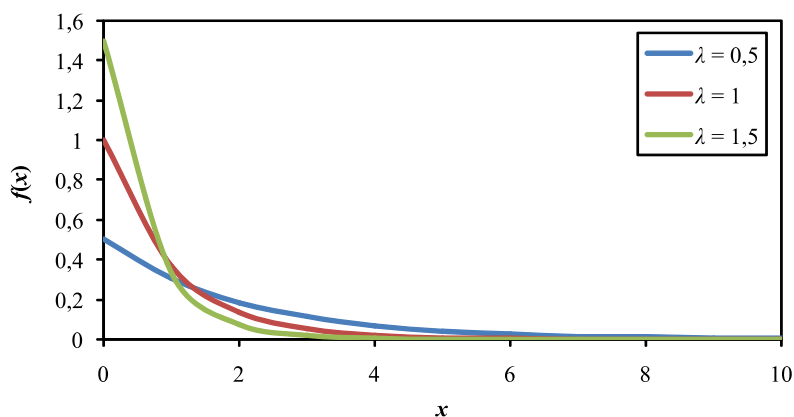
## 2.4.4 Eksponencijalna raspodjela

Eksponencijalna raspodjela je opisana sljedećom funkcijom gustine vjerovatnoće:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{za } x \geq 0 \\ 0 & \text{za } x < 0 \end{cases}, \quad (2.24)$$

pri čemu je  $\lambda$  parametar raspodjele ( $\lambda > 0$ ).

Dijagram funkcije gustine vjerovatnoće eksponencijalne raspodjele prikazan je na slici 2.5.



**SLIKA 2.5**

Eksponencijalna funkcija gustine vjerovatnoće u zavisnosti od vrijednosti parametra  $\lambda$

Eksponencijalna raspodjela ima sljedeću kumulativnu funkciju raspodjele:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & \text{za } x \geq 0 \\ 0 & \text{za } x < 0 \end{cases}. \quad (2.25)$$

Matematičko očekivanje eksponencijalne raspodjele može se odrediti po sljedećoj formuli:

$$E(x) = \mu = \int_0^{\infty} x \lambda e^{-\lambda x} dx = \frac{1}{\lambda}. \quad (2.26)$$

Varijansu određujemo po formuli:

$$\text{Var}(x) = \sigma^2 = \int_0^{\infty} \left(x - \frac{1}{\lambda}\right)^2 \lambda e^{-\lambda x} dx = \frac{1}{\lambda^2}. \quad (2.27)$$

Najčešća primjena eksponencijalne raspodjele u elektroenergetici odnosi se na modelovanje dužine života uređaja, odnosno vremena koje protekne između dva kvara. U tom slučaju parametar  $\lambda$  označava *intenzitet otkaza*, a njegova recipročna vrijednost određuje prosječno (očekivano) vrijeme do otkaza.

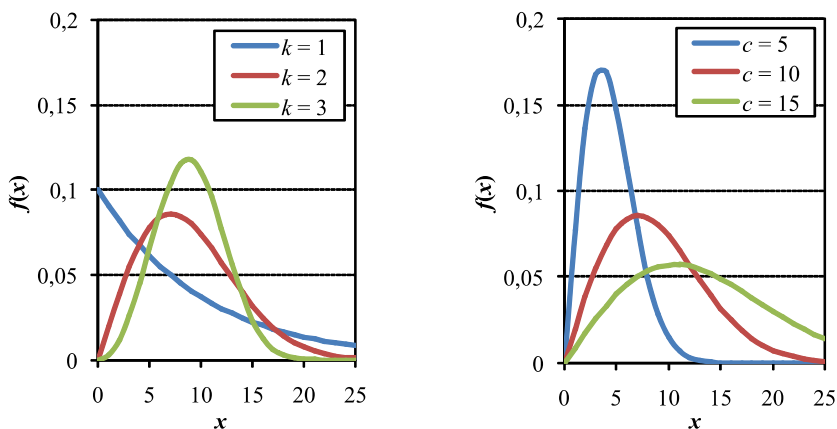
### 2.4.5 Weibulova (Weibull) raspodjela

Weibulova raspodjela je opisana sljedećom funkcijom gustine vjerovatnoće:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k}{c} \cdot \left(\frac{x}{c}\right)^{k-1} \cdot \exp\left[-\left(\frac{x}{c}\right)^k\right] & \text{za } x \geq 0 \\ 0 & \text{za } x < 0 \end{cases}, \quad (2.28)$$

gdje su parametri raspodjele označeni kao: faktor skaliranja  $c > 0$  i faktor oblika  $k > 0$ .

Na slici 2.6 prikazano je kako promjena parametara  $k$  i  $c$  utiče na izgled grafika Weibulove funkcije gustine vjerovatnoće.



**SLIKA 2.6**

Weibulova funkcija gustine vjerovatnoće u zavisnosti od vrijednosti parametara

Posebno, za  $k = 1$ , Wejbulova raspodjela se svodi na eksponencijalnu. Takođe, kada vrijedi  $k = 2$  Wejbulovu raspodjelu zovemo Rejljeva.

Funkcija gustine Rejljeve raspodjele data je sljedećom relacijom:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{c^2} \cdot \exp\left[-\left(\frac{x}{c}\right)^2\right] & \text{za } x \geq 0 \\ 0 & \text{za } x < 0 \end{cases}. \quad (2.29)$$

Wejbulova raspodjela ima sljedeću kumulativnu funkciju raspodjele:

$$F(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{c}\right)^k\right]. \quad (2.30)$$

Matematičko očekivanje i varijansa Wejbulove raspodjele određuje se pomoću formula:

$$E(x) = \mu = c\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right), \quad (2.31)$$

$$Var(x) = \sigma^2 = c^2 \left[ \Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \left(\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)\right)^2 \right], \quad (2.32)$$

pri čemu je sa  $\Gamma$  označena gama funkcija.

Wejbulova funkcija se u elektroenergetici posebno koristi kod modelovanja brzine vjetra, iradijance i vremena potrebnog za popravku neke komponente elektroenergetskog sistema.

#### 2.4.6 Beta raspodjela

Beta raspodjela ima primjenu za opisivanje slučajnih promjenljivih koje su ograničene na nekom intervalu  $[a, b]$ . Kao takva, najčešće se koristi kod modelovanja Sunčeve iradijance, čija vrijednost se kreće od 0 do oko 1 000 W/m<sup>2</sup>.

Beta raspodjela je opisana sljedećom funkcijom gustine vjerovatnoće:

$$f(x) = \frac{(x-a)^{p-1} (b-x)^{q-1}}{(b-a)^{p+q-1} B(p, q)}, \quad (2.33)$$

gdje se parametrima  $p$  i  $q$  ( $p > 0$ ,  $q > 0$ ) određuje oblik funkcije gustine vjerovatnoće, a takođe vrijedi:

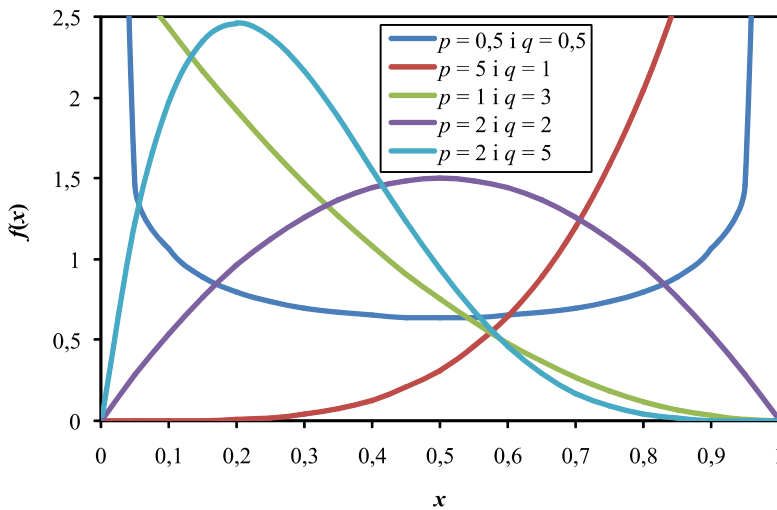
$$B(p, q) = \int_0^1 x^{p-1} (1-x)^{q-1} dx = \frac{\Gamma(p)\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)}. \quad (2.34)$$

Matematičko očekivanje i varijansa beta raspodjele dati su sljedećim relacijama:

$$E(x) = \mu = a + \frac{p}{p+q}(b-a), \quad (2.35)$$

$$Var(x) = \sigma^2 = \frac{pq}{(p+q)^2(p+q+1)}(b-a)^2. \quad (2.36)$$

U specijalnom slučaju, kada je  $a = 0$  i  $b = 1$ , dobija se standardna beta raspodjela koja je ograničena na intervalu  $[0, 1]$ . Na slici 2.7 prikazano je kako promjena parametara  $p$  i  $q$  utiče na izgled grafika beta funkcije gustine vjerovatnoće.



**SLIKA 2.7**

Beta funkcija gustine vjerovatnoće u zavisnosti od vrijednosti parametara

### 2.4.7 Puasonova (Poisson) raspodjela

Puasonova raspodjela je diskretna raspodjela vjerovatnoće, koja takođe ima značajnu primjenu u elektroenergetici. Puasonovom raspodjelom opisujemo vjerovatnoću da se određeni broj događaja dogodio u fiksnom intervalu vremena, pod uslovom da se događaji pojavljuju sa poznatom konstantnom brzinom i nezavisno od vremena od posljednjeg događaja. Puasonova raspodjela se, takođe, može koristiti za opisivanje broja događaja i u drugim vidovima intervala, kao što su udaljenost, površina ili zapremina.

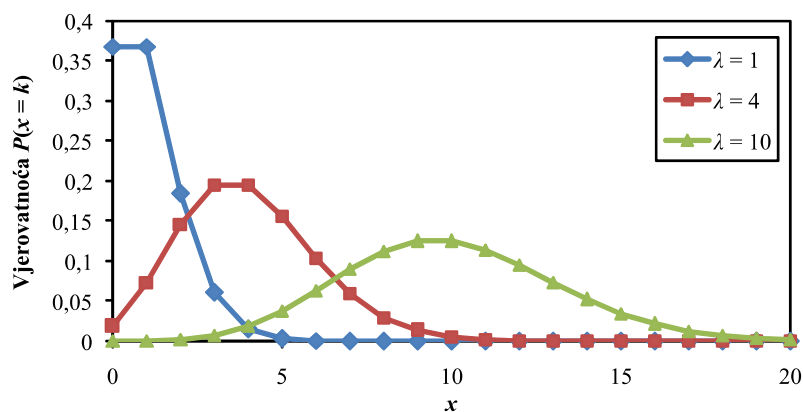
Vjerovatnoća da je broj događaja u posmatranom intervalu jednak  $k$  određuje se po sljedećoj formuli:

$$f(k, \lambda) = P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}. \quad (2.37)$$

Puasonova raspodjela ima jedini parametar  $\lambda$  ( $\lambda > 0$ ), koji, praktično, predstavlja prosječan broj događaja u posmatranom intervalu. Osim što parametar  $\lambda$  određuje matematičko očekivanje kod Puasonove raspodjele, on takođe određuje i varijansu:

$$E(X) = Var(X) = \lambda. \quad (2.38)$$

Funkcija vjerovatnoće za Puasonovu raspodjelu, za karakteristične vrijednosti parametra  $\lambda$ , prikazana je na slici 2.8. Na dijagramu su naznačeni markeri, pošto je raspodjela diskretna i slučajna promjenljiva uzima samo cjelobrojne vrijednosti.



**SLIKA 2.8**

Puasonova raspodjela vjerovatnoće u zavisnosti od vrijednosti parametra  $\lambda$

Primjer primjene Puasonove raspodjele u elektroenergetici predstavlja određivanje broja kvarova koji će se pojaviti u sistemu u nekom intervalu vremena, tipično u toku jedne godine. Ukoliko se, recimo, u prosjeku događa jedan kvar godišnje ( $\lambda = 1$ ), tada vjerovatnoće pojave određenog broja kvarova iznose:

$$\begin{array}{lll} P(X=0) = 0,3679; & P(X=3) = 0,0613; & P(X=6) = 0,0005; \\ P(X=1) = 0,3679; & P(X=4) = 0,0153; & P(X=7) = 0,0001; \\ P(X=2) = 0,1839; & P(X=5) = 0,0031; & P(X=8) = 0,0000; \end{array}$$

## 2.5 Slučajni vektori

*Slučajni vektori* su vektori čiji su elementi slučajne promenljive. Oni su proširenje koncepta pojedinačne slučajne promjenljive na više dimenzija i koriste se za modelovanje skupa zavisnih ili nezavisnih slučajnih promjenljivih koje se analiziraju zajedno. Formalno matematički, slučajni vektor zapisujemo kao:

$$\mathbf{X} = [X_1 \quad X_2 \quad \dots \quad X_n]^T,$$

gdje su  $X_1, X_2, \dots, X_n$  slučajne promjenljive.

### 2.5.1 Osnovne karakteristike slučajnih vektora

U osnovne osobine slučajnih vektora ubrajamo združenu raspodjelu vjerovatnoće, marginalnu raspodjelu vjerovatnoće, kovarijansu i korelaciju.

*Združena raspodjela vjerovatnoće* slučajnog vektora opisuje vjerovatnoću kombinovanih događaja svih njegovih komponenti. Za dvodimenzionalni slučajni vektor  $\mathbf{X} = (X, Y)$ , združena funkcija raspodjele vjerovatnoće može biti predstavljena kao  $P(X=x, Y=y)$ .

*Marginalna raspodjela vjerovatnoće* za svaku komponentu slučajnog vektora dobija se sumiranjem (za diskretne promjenljive) ili integracijom (za neprekidne promjenljive) združene raspodjele vjerovatnoće preko ostalih promjenljivih. Prema tome, marginalna raspodjela za diskretnu promjenljivu  $X$  je:

$$P_X(x) = \sum_y P(X=x, Y=y), \quad (2.39)$$

a za neprekidnu promjenljivu  $X$ :

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{X,Y}(x,y) \cdot dy. \quad (2.40)$$



*Kovarijansa* između dvije slučajne promjenljive  $X$  i  $Y$  iz slučajnog vektora određuje koliko se promjenljive mijenjaju zajedno:

$$\text{Cov}(X, Y) = C_{X,Y} = E[(X - E[X])(Y - E[Y])]. \quad (2.41)$$

Kovarijansa slučajne promjenljive same sa sobom svodi se na varijansu:

$$\text{Cov}(X, X) = C_{X,X} = E[(X - E[X])(X - E[X])] = \text{Var}(X). \quad (2.42)$$

U opštem slučaju, kod slučajnih vektora sačinjenih od  $n$  slučajnih promjenljivih  $X_1$  do  $X_n$ , formira se matrica kovarijansi:

$$[C_{i,j}] = \begin{bmatrix} \text{Cov}(X_1, X_1) & \text{Cov}(X_1, X_2) & \cdots & \text{Cov}(X_1, X_n) \\ \text{Cov}(X_2, X_1) & \text{Cov}(X_2, X_2) & \cdots & \text{Cov}(X_2, X_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{Cov}(X_n, X_1) & \text{Cov}(X_n, X_2) & \cdots & \text{Cov}(X_n, X_n) \end{bmatrix}. \quad (2.43)$$

*Korelacija* je normalizovana kovarijansa i pomoću nje se određuje linearna zavisnost između dvije slučajne promjenljive:

$$\rho_{X,Y} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}. \quad (2.44)$$

U opštem slučaju, kod slučajnih vektora sačinjenih od  $n$  slučajnih promjenljivih  $X_1$  do  $X_n$ , formira se matrica korelacije:

$$[\rho_{i,j}] = \begin{bmatrix} \rho_{1,1} & \rho_{1,2} & \cdots & \rho_{1,n} \\ \rho_{2,1} & \rho_{2,2} & \cdots & \rho_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n,1} & \rho_{n,2} & \cdots & \rho_{n,n} \end{bmatrix}. \quad (2.45)$$

Apsolutna vrijednost elementa  $\rho_{i,j}$  je uvijek manja ili jednaka jedinici. Kada je  $\rho_{i,j} = 0$ , slučajne promjenljive nisu u linearnoj korelaciji, kada je  $\rho_{i,j} > 0$  slučajne promjenljive imaju pozitivnu korelaciju, a kada je  $\rho_{i,j} < 0$ , slučajne promjenljive imaju negativnu korelaciju.

## 2.6 Slučajni procesi

*Slučajni proces* je matematički model koji opisuje fenomen koji se razvija na nepredvidljiv način kroz vrijeme. U elektroenergetici, kao i u mnogim drugim oblastima inženjerstva i nauke, slučajni procesi se koriste za modelovanje i analizu sistema koji su podložni stohastičkim promjenama.

Slučajni proces može se, formalno, definisati kao kolekcija slučajnih promjenljivih  $\{X(t): t \in T\}$ , gdje je  $T$  indeksni skup, koji obično predstavlja vrijeme. Tada svaka slučajna promjenljiva  $X(t)$  odgovara stanju sistema u trenutku  $t$ . Indeksni skup  $T$  može biti diskretan ili neprekidan, zavisno od prirode procesa koji se proučava.

*Slučajni procesi sa diskretnim vremenom* se definišu za diskretne trenutke vremena  $t_1, t_2, \dots$ . Primjeri su broj kvarova u elektroenergetskom sistemu tokom mjeseca ili broj električnih vozila koji u toku jednog časa dolaze na stanicu za punjenje.

*Slučajni procesi sa neprekidnim vremenom* se definišu za svaki trenutak u kontinuumu vremena. Primjeri su snaga potrošnje električne energije ili snaga proizvodnje fotonaponske elektrane.

### 2.6.1 Osnovne karakteristike slučajnih procesa

Osnovne karakteristike slučajnih procesa su: srednja vrijednost, varijansa, autokorelacija i autokovarijansa.

*Srednja vrijednost* ili *matematičko očekivanje* slučajnog procesa  $X(t)$  u trenutku  $t$  definiše se kao srednja vrijednost svih mogućih vrijednosti koje slučajni proces može da ima u tom trenutku:

$$E[X(t)] = \mu_X(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_{X(t)}(x) \cdot dx, \quad (2.46)$$

gdje je  $f_{X(t)}(x)$  funkcija gustine vjerovatnoće slučajnog procesa  $X(t)$  u trenutku  $t$ . Budući da za svako  $t$ ,  $\mu_X(t)$  predstavlja neki broj, to znači da funkcija srednje vrijednosti  $\mu_X(t)$  ima determinističku, a ne stohastičku prirodu. Tako, na primjer, možemo da kažemo da u nekom danu srednja vrijednost snage potrošnje priključene na transformatorsku stanicu iznosi 1,7 MW u 3:00 časa po ponoći, a 3,6 MW u 18:00 časova.

*Varijansa* slučajnog procesa kvantifikuje rasipanje ili disperziju vrijednosti slučajnog procesa oko njegove očekivane vrijednosti. Varijansa slučajnog procesa  $X(t)$  u trenutku  $t$  je definisana kao:

$$\text{Var}[X(t)] = \sigma_X^2(t) = E[(X(t) - \mu_X(t))^2]. \quad (2.47)$$

*Autokorelacija* pokazuje koliko su međusobno povezane vrijednosti slučajnog procesa u dva različita vremenska trenutka  $t$  i  $s$ . Autokorelaciona funkcija za slučajni proces  $X(t)$  je definisana kao:

$$R_X(t, s) = E[X(t)X(s)]. \quad (2.48)$$

Pozitivna autokorelacija sugerise na to da, ako slučajni proces ima visoke vrijednosti u jednom trenutku, postoji velika vjerovatnoća da će vrijednosti ostati visoke i u narednim trenucima. Na primjer, specijalno za  $(t - s) = 24\text{h}$  javlja se znatna pozitivna autokorelacija kod mnogih slučajnih procesa važnih za elektroenergetiku, kao što su snaga potrošnje, iradijansa ili temperatura ambijenta. Istaknuta pozitivna autokorelacija kod navedenih slučajnih procesa znači da se očekuje sličnost između vrijednosti koje slučajna promjenljiva ima u nekom trenutku nekog dana, sa vrijednošću koju će slučajna promjenljiva imati sutradan, u isto doba dana.

*Autokovarijansa* je slična autokorelaciji, s tim što se pomoću nje mjeri kovarijansa slučajnog procesa u dva trenutka vremena,  $t$  i  $s$ :

$$\begin{aligned} C_X(t, s) &= \text{Cov}[X(t), X(s)] \\ &= E[(X(t) - E[X(t)])(X(s) - E[X(s)])]. \end{aligned} \quad (2.49)$$

Smisao autokovarijanse potiče iz činjenice da slučajni proces u trenucima  $t$  i  $s$  predstavlja slučajne promjenljive  $X(t)$  i  $X(s)$ , za koje postoji združena raspodjela i za koje se može odrediti kovarijansa.

### 2.6.2 Gausovi slučajni procesi

*Gausovi (normalni) slučajni procesi* su posebna klasa slučajnih procesa kod kojih su sve moguće kolekcije slučajnih promjenljivih združeno raspodijeljene prema multivarijantnoj Gausovoj (normalnoj) raspodjeli. Specijalni primjeri Gausovih procesa su bijeli šum i Vinerov process (Braunovo kretanje).

*Bijeli šum* je proces gdje su sve slučajne promjenljive  $X(t)$  nezavisne i identično raspodijeljene sa normalnom raspodjelom  $N(0, \sigma^2)$ .

Vinerov process (*Wiener*) ili Braunovo kretanje (*Brown*) je proces  $W(t)$  za kojeg vrijede sljedeće osobine:

1.  $W(0) = 0$ ;
2.  $W(t)$  ima nezavisne inkremente;
3.  $W(t)$  ima Gausove inkremente, tj. razlika između vrijednosti procesa u dva trenutka vremena  $s$  i  $t$  ima Gausovu (normalnu) raspodjelu, sa matematičkim očekivanjem jednakim nula i varijansom jednakom  $(t - s)$ :  

$$W(t) - W(s) \sim N(0, t - s) \text{ za } 0 \leq s < t;$$
4.  $W(t)$  je proces sa neprekidnim vremenom.

Gausovi slučajni procesi se koriste za modelovanje stohastičkih pojava u mnogim naučnim disciplinama. U elektroenergetici se, na primjer, Vinerov proces koristi kod modelovanja promjene cijene električne energije, ili nekih drugih energenata na tržištu. Bijeli šum se koristi kao komponenta u okviru složenijih stohastičkih modela, za dodavanje nesistematskih odstupanja u vremenskim serijama, koja ne mogu biti objašnjena drugim specifičnim modelima.

### 2.6.3 Markovljevi slučajni procesi

*Markovljevi slučajni procesi* su vrsta stohastičkih procesa koji posjeduju Markovljevo svojstvo, koje se naziva i „svojstvo bez sjećanja”. Ovo svojstvo podrazumijeva da je vjerovatnoća budućih događaja u procesu, uključujući sljedeće stanje sistema, uslovljena samo trenutnim stanjem sistema, a ne cjelokupnom istorijom događaja koji su prethodili.

Formalno, neka je  $X(t)$  slučajna promjenljiva koja predstavlja stanje sistema u vremenskoj tački  $t$ . Proces zadovoljava Markovljevo svojstvo ako važi:

$$P(X_{n+1} = x | X_n = x_n, \dots, X_1 = x_1) = P(X_{n+1} = x | X_n = x_n). \quad (2.50)$$

Ovo znači da vjerovatnoća sljedećeg stanja  $X(t_n+1)$  u vremenu  $t_n+1$  zavisi samo od trenutnog stanja  $X(t_n)$  u vremenu  $t_n$ , a ne od prethodnih stanja  $X(t_n-1)$ ,  $X(t_n-2)$ , ... ,  $X(t_0)$ .

Markovljevi procesi se primjenjuju u mnogim oblastima kao što su telekomunikacije, ekonomija, biologija i druge. Njih koristimo i u elektroenergetici, posebno za modelovanje snage opterećenja, modelovanje stanja sistema u analizi pouzdanosti i modelovanje vremenskih serija indeksa vedrine, koje su važne za određivanje Sunčeve iradijance.

### 2.6.4 Stacionarni slučajni procesi

*Stacionarni slučajni procesi* su procesi kod kojih statistički parametri ostaju konstantni tokom vremena. Ovo znači da svojstva procesa, kao što su srednja vrijednost, varijansa i kovarijansa, ne zavise od vremena i da nema trendova ili ciklič-

nih varijacija. Proces i sa svojstvom stacionarnosti su lakši za analizu i modelovanje, a takođe omogućavaju i primjenu širokog spektra statističkih alata i tehnika.

Modeli koji se koriste za opisivanje vremenskih serija često pretpostavljaju stacionarnost podataka. Stacionarne vremenske serije omogućavaju jednostavnije modelovanje pomoću statističkih alata i tehnika, kao što su ARMA i srodni modeli. Modelovanje stacionarnih serija olakšava analizu, te korišćenje u problemima predikcije i donošenja odluka, jer se osnovni statistički parametri ne mijenjaju tokom vremena. Stacionarni slučajni procesi su, takođe, važni i u modelovanju vremenskih serija u okviru Monte Karlo simulacija.

Ako vremenska serija nije stacionarna, to može dovesti do odstupanja i grešaka u odnosu na realnost. Kako bi se obezbijedila stacionarnost, mnogi statistički postupci i modeli za analizu vremenskih serija zahtijevaju prethodnu transformaciju podataka. Transformacija može uključivati različite tehnike, kao što su diferenciranje, dekompozicija trenda ili seizmička analiza. Obezbeđivanje stacionarnosti vremenskih serija važno je za pravilno i efikasno analiziranje i prognoziranje podataka.

Za modelovanje stacionarnih vremenskih serija često se koriste linearni modeli kao što su AR, MA, ARMA, ARIMA i ARMAX modeli [3].

Autoregresivni model (eng. *Autoregressive*) ili AR model jedan je od osnovnih alata za opisivanje i analizu slučajnih procesa. Ovaj model koristi prošle vrijednosti iz vremenske serije za određivanje budućih vrijednosti. Autoregresivni model reda  $p$ , označen kao  $AR(p)$ , definisan je sljedećom jednačinom:

$$X(t) = c + \sum_{i=1}^p \phi_i X(t-i) + e(t), \quad (2.51)$$

gdje je  $X(t)$  vrijednost slučajnog procesa u trenutku  $t$ ,  $c$  konstanta,  $\phi_i$  parametri modela (koeficijenti autoregresije) koje je neophodno odrediti, a  $e(t)$  je bijeli šum, tj. slučajni proces sa srednjom vrijednošću jednakoj nuli i konstantnom varijansom  $\sigma^2$ .

Model pokretnog prosjeka (eng. *Moving Average*) ili MA model koristi prošle vrijednosti grešaka za određivanje trenutne vrijednosti slučajnog procesa. MA model reda  $q$ , označen kao  $MA(q)$ , definisan je sljedećom jednačinom:

$$X(t) = \mu + \sum_{i=1}^q \theta_i e(t-i) + e(t), \quad (2.52)$$

gdje je  $\mu$  konstanta (srednja vrijednost),  $\theta_i$  parametri modela koje je neophodno odrediti, a  $e(t)$  je bijeli šum, kao i kod AR modela.

ARMA model (eng. *Autoregressive Moving Average*) predstavlja linearnu kombinaciju AR i MA modela. Vrijednost slučajnog procesa modelovanog ARMA( $p,q$ ) modelom u trenutku  $t$  računa se pomoću sljedećeg izraza:

$$X(t) = c + \sum_{i=1}^p \phi_i X(t-i) + \sum_{i=1}^q \theta_i e(t-i) + e(t). \quad (2.53)$$

Radi daljeg poboljšanja mogućnosti i performansi, ARMA model je moguće dodatno proširiti. Tako ARIMA model (eng. *Autoregressive Integrated Moving Average*) predstavlja prošireni ARMA model u kojem je uključena integracija, čime se omogućava rad i sa nestacionarnim vremenskim serijama. S druge strane, ARMAX model (eng. *Autoregressive Moving Average with eXogenous inputs*) omogućava uvažavanje vanjskog uticaja kroz upotrebu eksternih promjenljivih.

VAR model (eng. *Vector Autoregressive*) je ekstenzija autoregresivnog modela (AR) koji se koristi za modelovanje višestrukih vremenskih serija koje mogu biti međusobno zavisne. VAR model omogućava modelovanje svake promjenljive u sistemu kao linearnu funkciju prošlih vrijednosti svih promjenljivih u sistemu.

## 2.7 Generisanje slučajnih brojeva

Za izvođenje Monte Karlo simulacija neophodni su slučajni brojevi, koji prate tražene raspodjele vjerovatnoće. Za generisanje slučajnih brojeva upotrebljavaju se fizičke i matematičke metode. U okviru fizičkih metoda koriste se nepredvidljivi fizički procesi, kao što su radioaktivni raspadi, šum u elektronskim komponentama ili atmosferski šum. Ovi procesi su zaista slučajni, ali je njihova upotreba komplikovana i ne mogu da se ponove sa istim rezultatima. Matematičko generisanje slučajnih brojeva koristi algoritme za proizvodnju nizova brojeva koji oponašaju slučajnost. Ovi brojevi se nazivaju pseudoslučajni brojevi, jer se generišu deterministički, ali izgledaju kao slučajni. Pseudoslučajni niz brojeva potrebno je statistički testirati kako bi se potvrdilo da ne odstupa značajno od niza stvarno slučajnih brojeva. Osnovne osobine koje treba da zadovoljava generator slučajnih brojeva su:

1. *Uniformnost*: Slučajni brojevi moraju biti ravnomjerno raspoređeni na cijelom opsegu vrijednosti;
2. *Nezavisnost*: Generisani brojevi treba da budu statistički nezavisni, bez očiglednih obrazaca ili korelacija između njih;
3. *Dug period ponavljanja*: Mora biti izvučeno mnogo slučajnih brojeva, prije nego što sekvenca počne da se ponavlja ispočetka.

Kao osnovu, dovoljno je imati generator slučajnih brojeva koji su uniformno raspodijeljeni na intervalu  $[0, 1]$ , pošto se na osnovu njih posredno mogu generisati brojevi iz drugih raspodjela.

### 2.7.1 Generisanje slučajnih brojeva iz uniformne raspodjele

Postoje mnoge realizacije generatora uniformno raspodijeljenih slučajnih brojeva, a kao školski primjer najčešće se navodi *linearni kongruentni generator* (LKG). Popularnost ovog generatora proističe iz jednostavne implementacije, brzine generisanja brojeva i statističkih osobina dovoljno dobrih za mnoge praktične primjene. Linearni kongruentni generator se koristi u mnogim programskim jezicima i aplikacijama koje zahtijevaju generisanje pseudoslučajnih brojeva, uključujući Monte Karlo simulacije. Sekvenca pseudoslučajnih brojeva se kod LKG generatora generiše korišćenjem rekurentne relacije:

$$X_{n+1} = (aX_n + c) \bmod m, \quad (2.54)$$

gdje su:  $X_n$  trenutni broj u sekvenci ( $n$ -ti broj),  $X_{n+1}$  sljedeći broj u sekvenci (broj koji se generiše na osnovu trenutnog broja  $X_n$ ),  $a$  multiplikativni koeficijent,  $c$  aditivni koeficijent (pomak), dok je sa „ $\bmod m$ ” označen operator koji kao rezultat daje ostatak nakon dijeljenja sa brojem  $m$ . Početna vrijednost  $X_0$  se naziva *sjeme* (eng. *seed*) i ona određuje početnu tačku sekvence pseudoslučajnih brojeva. Budući da nastaju kao ostatak nakon dijeljenja sa brojem  $m$ , svi generisani pseudoslučajni brojevi biće manji od  $m$ . Ukoliko želimo da slučajne brojeve svedemo u interval  $[0, 1]$  potrebno je svaki podijeliti sa  $m$ .

Realizacija linearnog kongruentnog generatora korišćenjem programskog paketa *Matlab* prikazana je programskim kodom 2.1. Za prikazane vrijednosti parametara  $X_0$ ,  $a$ ,  $c$  i  $m$ , prvih deset brojeva koje generiše ovaj generator biće  $\{0,0000; 0,2523; 0,0881; 0,5773; 0,2226; 0,3757; 0,0257; 0,4473; 0,1185; 0,8738\}$ . Histogram određen na osnovu 10 000 generisanih pseudoslučajnih brojeva prikazan je na slici 2.9, a na njemu se uočava da su brojevi ravnomjerno raspoređeni na intervalu  $[0, 1]$ .

#### Programski kod 2.1

Primjer realizacije linearnog kongruentnog generatora (LKG)

```
Sjeme = 42; % Početna vrijednost
a = 1664525; % Multiplikativni faktor
c = 1013904223; % Inkrement
```

```
m = 2^32; % Modul (tipično 2^32 za 32-bitne arhitekture računara)
DuzinaNiza = 10000; % Broj pseudoslučajnih brojeva za generisanje

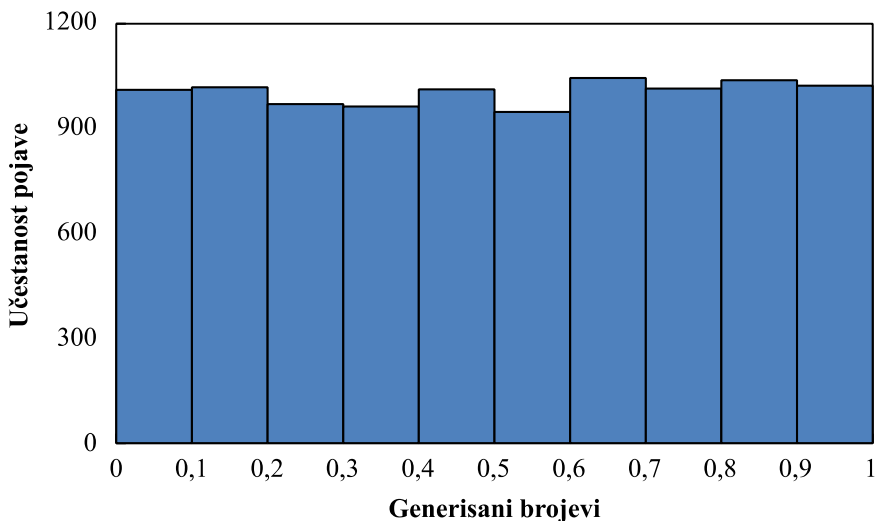
% Inicijalizacija niza za čuvanje pseudoslučajnih brojeva
SlucajniBrojevi = zeros(1, DuzinaNiza);

% Postavljanje početne vrijednosti
SlucajniBrojevi(1) = mod(Sjeme, m);

% Generisanje niza pseudoslučajnih brojeva
for i = 2:DuzinaNiza
    SlucajniBrojevi(i) = mod((a*SlucajniBrojevi(i-1) + c), m);
end

% Normalizacija brojeva na interval [0,1)
SlucajniBrojevi = SlucajniBrojevi / m;

% Prikaz rezultata
disp('Generisani pseudoslučajni brojevi:');
disp(SlucajniBrojevi);
```

**SLIKA 2.9**

Histogram 10 000 pseudoslučajnih brojeva generisanih pomoću linearnog kongruentnog generatora



### 2.7.2 Generisanje slučajnih brojeva iz proizvoljne raspodjele

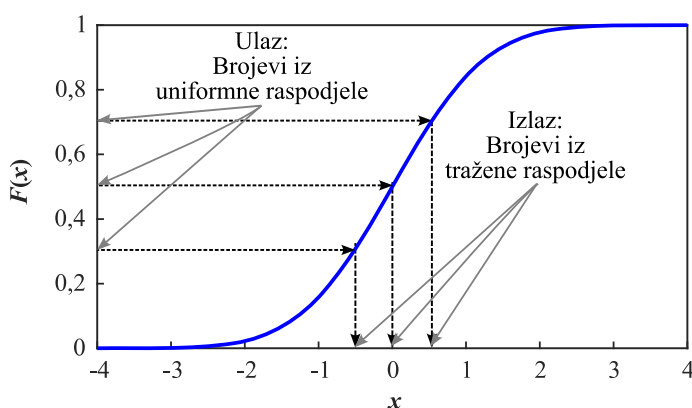
Na osnovu generisanih slučajnih brojeva iz uniformne raspodjele moguće je generisati slučajne brojeve koji prate druge zahtijevane raspodjele. Za ovu svrhu razvijeno je više različitih metoda, a posebno su poznate: (1) metoda inverzne transformacije, (2) metoda alijasa, (3) metoda kompozicije i (4) metoda odbacivanja [4]. Postoje i neke druge metode, koje se mogu primijeniti samo za određene posebne raspodjele. U nastavku će biti objašnjena metoda inverzne transformacije, koja se najčešće koristi u praksi.

Za primjenu *metode inverzne transformacije* potrebno je poznavati funkciju raspodjele slučajne promjenljive  $F(X)$ , odnosno njenu inverznu funkciju  $F^{-1}(X)$ . Metoda ima dva osnovna koraka:

1. Izvlačenje slučajnog broja  $U(0,1)$  iz uniformne raspodjele na intervalu  $[0, 1]$ ;
2. Određivanje slučajnog broja  $X$  iz zadate raspodjele korišćenjem formule:

$$X = F^{-1}(U).$$

Princip ove metode ilustrovan je dijagramom sa slike 2.10. Funkcija raspodjele je funkcija koja monotono raste na intervalu  $[0, 1]$ . Njen nagib se mijenja, i veći je tamo gdje je gustina vjerovatnoće slučajne promjenljive veća. Ako, kao ulaz, generišemo  $n$  uniformno raspoređenih brojeva, oni će se ovom metodom preslikati u  $n$  izlaznih brojeva, ali koji su gušće raspoređeni tamo gdje je vjerovatnoća njihove pojave veća.



**SLIKA 2.10**

Princip metode inverzne transformacije

Generisanje slučajnih brojeva metodom inverzne transformacije može se pokazati na primjeru eksponencijalne raspodjele opisane u sekciji 2.4.4. Funkcija gustine i funkcija raspodjele za eksponencijalnu raspodjelu date su relacijama:

$$\begin{aligned} f(x) &= \lambda e^{-\lambda x}; \\ F(x) &= 1 - e^{-\lambda x}. \end{aligned} \quad (2.55)$$

Za inverznu funkciju raspodjele izvodi se izraz:

$$x = F^{-1}(U) = -\frac{1}{\lambda} \ln(1-U). \quad (2.56)$$

Ako je slučajna promjenljiva  $U$  uniformno raspodijeljena na intervalu  $[0, 1]$ , onda je i slučajna promjenljiva  $(1 - U)$  uniformno raspodijeljena na  $[0, 1]$ . Zato se za generisanje slučajnih brojeva iz eksponencijalne raspodjele češće koristi jednostavniji izraz:

$$x = -\frac{1}{\lambda} \ln(U). \quad (2.57)$$

Prikazana procedura može se iskoristiti za simulaciju vremena koje prođe do sljedećeg kvara nekog elementa u sistemu. Iskustva iz prakse pokazuju da je vrijeme do sljedećeg kvara slučajna promjenljiva, koja ima eksponencijalnu raspodjelu, a parametar  $\lambda$  označava prosječan broj kvarova u jedinici vremena (tzv. intenzitet otkaza). Programskim kodom 2.2 prikazano je kako bi izgledala programska rutina kojom bi se simuliralo određivanje vremena do sljedećeg kvara, uz pretpostavku da intenzitet otkaza iznosi 0,05 kvarova godišnje.

### Programski kod 2.2

Simulacija vremena do sljedećeg kvara

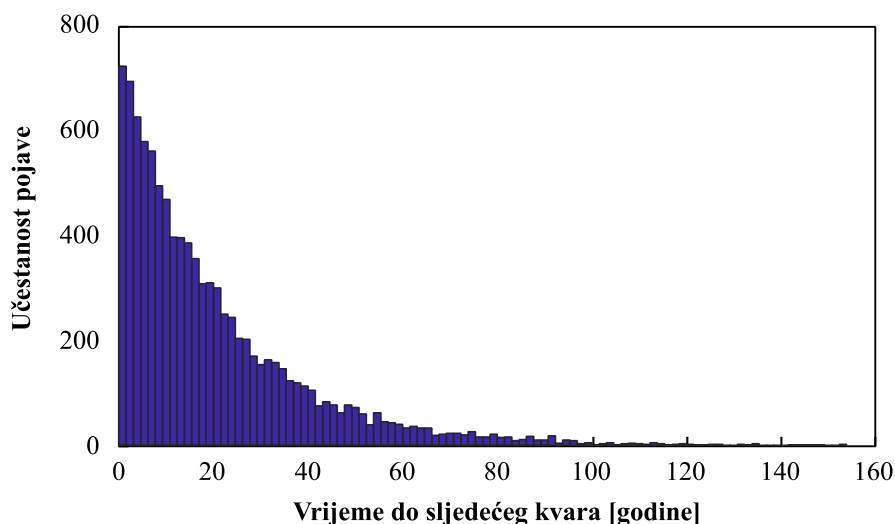
```
% Intenzitet otkaza elementa sistema
lambda = 0.05; % Neka je to 0.05 kvarova godišnje

% Generiši broj iz uniformne raspodjele
slucajni_broj = rand();

% Odredi vrijeme do sljedećeg kvara metodom inverzne transformacije
vrijeme_do_kvara = -log(slucajni_broj) / lambda;

% Prikaži vrijeme do sljedećeg kvara
fprintf('Simulirano vrijeme do kvara: %.2f godina\n',
vrijeme_do_kvara);
```

Ukoliko bismo proceduru iz koda 2.2 ponovili 10 000 puta, histogram generisanih vrijednosti vremena do sljedećeg kvara izgledao bi poput ilustracije sa slike 2.11. Očigledno je da oblik histograma odgovara funkciji gustine vjerovatnoće eksponencijalne raspodjele.



**SLIKA 2.11**

Histogram vremena koje će proteći do sljedećeg kvara

### 2.7.3 Matlabove funkcije za rad sa raspodjelama vjerovatnoće

U naprednijim programskim paketima, kao što je Matlab, postoji niz ugrađenih funkcija za rad sa slučajnim brojevima i različitim raspodjelama vjerovatnoće. Kao primjer, ovdje će biti navedeno nekoliko osnovnih Matlabovih funkcija.

1. Generisanje slučajnih brojeva iz raznih raspodjela:  
`random('ime',A,B);`
2. Izračunavanje vrijednosti funkcije gustine vjerovatnoće:  
`pdf('ime',x,A,B);`
3. Izračunavanje vrijednosti funkcije raspodjele vjerovatnoće:  
`cdf('ime',x,A,B);`
4. Izračunavanje vrijednosti inverzne funkcije raspodjele vjerovatnoće:  
`icdf('ime',x,A,B).`

U svim navedenim funkcijama parametar 'ime' određuje tip raspodjele sa kojom se radi, dok parametri A i B određuju koeficijente koje definišu oblik navedene raspodjele. Pregled značenje parametara 'ime', A i B prikazan je u tabeli 2.1.

**TABELA 2.1**

Značenje parametara u Matlabovim funkcijama

Tip raspodjele	Parametar 'ime'	Parametar A	Parametar B
Normalna	'Normal'	$\mu$	$\sigma$
Log-normalna	'LogNormal'	$\mu$	$\sigma$
Uniformna	'Uniform'	$a$	$b$
Eksponencijalna	'Exponential'	$\mu = 1/\lambda$	–
Vejbulova	'Weibull'	$c$	$k$
Beta	'Beta'	$p$	$q$
Puasonova	'Poisson'	$\lambda$	–

Treba napomenuti da lista raspodjela koje podržava programski paket Matlab nije ograničena samo na primjere prikazane u tabeli 2.1.

Primjeri primjene Matlabovih funkcija za rad sa normalnom raspodjelom prikazani su programskim kodom 2.3.

**Programski kod 2.3**

Primjena Matlaba za rad sa normalnom raspodjelom

```
% Parametri normalne raspodjele
mu = 0; % Srednja vrijednost
sigma = 1; % Standardna devijacija

% Generisanje 1000 slučajnih brojeva iz normalne raspodjele
x = random('Normal', mu, sigma, 1000, 1);

% Izračunavanje gustine vjerovatnoće (PDF) za nekoliko tačaka
x_values = linspace(-5, 5, 100); % Primjeri tačaka na x-osi
pdf_values = pdf('Normal', x_values, mu, sigma); % PDF vrijednosti

% Prikaz rezultata za krivu PDF
plot(x_values, pdf_values); % PDF

% Izračunavanje kumulativne funkcije raspodjele (CDF) za nekoliko tačaka
cdf_values = cdf('Normal', x_values, mu, sigma); % CDF vrijednosti

% Prikaz rezultata za krivu CDF
plot(x_values, cdf_values); % CDF
```

Primjer generisanja slučajnih brojeva iz Weibulove raspodjele, koji će poslužiti kao simulirano vrijeme do popravke elementa sistema, prikazan je programskim kodom 2.4.

**Programski kod 2.4**

Primjena Matlaba za rad sa Weibulovom raspodjelom

```
% Definisanje parametara Weibulove raspodjele
faktor_oblika = 2; % Parametar se podešava prema realnoj statistici
faktor_skaliranja = 10; % ... isto prema realnoj statistici

% Generisanje vremena do popravke elementa sistema
vrijeme_popravke = random('Weibull', faktor_oblika, faktor_skaliranja);

% Prikaži simulirano vrijeme popravke
fprintf('Simulirano vrijeme popravke: %.2f casova\n', vrijeme_popravke);
```

## 2.8 Monte Karlo simulacije

Posjedovanje generatora slučajnih brojeva ključni je preduslov za formiranje Monte Karlo simulacija. Nizovi slučajnih brojeva koriste se kao ulazni parametri pomoću kojih se simulira ponašanje sistema i analiziraju njegove karakteristike.

Postoje dva osnovna tipa Monte Karlo simulacija: (1) sekvencijalne i (2) nesekvencijalne [5]. Ova dva tipa se razlikuju u načinu na koji se generišu i obrađuju nasumični uzorci tokom simulacije.

### 2.8.1 Sekvencijalne Monte Karlo simulacije

Sekvencijalne Monte Karlo simulacije uključuju generisanje slučajnih uzoraka koji su vremenski zavisni, tj. simulacije se odvijaju kroz sekvencijalne korake koji prate vremenski tok. Ova metoda omogućava analizu dinamike sistema kroz vrijeme, pružajući dublji uvid u evoluciju stanja sistema pod uticajem različitih faktora. U elektroenergetici, sekvencijalne simulacije su posebno korisne za modelovanje varijabilnosti proizvodnje iz obnovljivih izvora energije, analizu uticaja meteoroloških uslova na rad mreže, kao i za dugoročno planiranje i predikciju potrošnje energije. Modelovanje ponašanja sistema obavlja se tačno onako kako se dešava u stvarnosti – kao niz slučajnih pojava i događaja, koji se nadograđuju jedni na druge, kako protiče vrijeme. Jedna grupa pojava i događaja predstavlja osnovu simulacije, pa su modelovani pogodnim probabilističkim modelima i nasumično se

javljanju u vremenu. Drugi događaji su uslovni, jer njihova vjerovatnoća nastanka zavisi od prethodnih događaja i trenutnog stanja sistema (kao što su npr. kaskadni kvarovi). Na sličan način, reakcija sistema na dodatne događaje takođe podliježe zakonima vjerovatnoće, jer sistem može da odgovori na mnogo različitih načina. Ako se implementira sa visokim nivoom detalja, sekvencijalna Monte Karlo simulacija proizvodi veoma realističnu simulaciju, uporedivu sa fizičkim eksperimentom.

Sekvencijalna Monte Karlo simulacija se sprovodi podjelom vremenskog perioda simulacije na male intervale. Počevši od prvog, svaki vremenski interval se simulira u nizu da bi se identifikovali novi slučajni događaji i odgovorilo na prethodne. Tačnost simulacije se povećava kako vremenski intervali postaju manji, ali na račun povećanja vremena izračunavanja. Za modelovanje godine sa vremenskom rezolucijom od jednog časa potrebno je 8 760 vremenskih intervala. Za modelovanje godine sa vremenskom rezolucijom od jednog minuta potrebno je više od pola miliona intervala. Efikasnost proračuna se može poboljšati korišćenjem promjenljive vremenske rezolucije, koja koristi duge vremenske intervale tokom normalnih uslova i prelazi na kraće vremenske intervale dok sistem reaguje na specijalne situacije.

### 2.8.2 Nesekvencijalne Monte Karlo simulacije

*Nesekvencijalne Monte Karlo simulacije*, poznate i kao standardne Monte Karlo simulacije, baziraju se na nezavisnim slučajnim uzorcima koji se generišu bez obzira na vremensku komponentu. Ove simulacije koriste se kada je potrebno analizirati sistem u jednoj tački vremena ili kada su događaji koji se analiziraju vremenski nezavisni. Primjena nesekvencijalnih simulacija u elektroenergetici tipično uključuje procjenu pouzdanosti komponenti sistema, analizu statičkih uslova rada mreže i optimizaciju resursa.

Nesekvencijalna Monte Karlo simulacija zamjenjuje sekvencijalnu ako se nepredviđeni događaji (kao što su kvarovi) međusobno isključuju, a ponašanje sistema ne zavisi od prošlih događaja. U tom slučaju, nepredviđene situacije mogu biti odabrane i simulirane u bilo kom proizvoljnom redoslijedu. Pošto ovaj proces ne simulira nužno nepredviđene situacije po redoslijedu pojavljivanja, on se naziva nesekvencijalna Monte Karlo simulacija. Nesekvencijalne Monte Karlo simulacije imaju tendenciju da budu mnogo manje računarski intenzivne od sekvencijalnih simulacija jer: (1) simulira se samo mali procenat svakog perioda simulacije i (2) pravila simulacije su jednostavnija, pošto se pretpostavlja da nepredviđene situacije ne utiču jedna na drugu.

### 2.8.3 Osnovni elementi Monte Karlo simulacije

Monte Karlo simulaciju čini nekoliko osnovnih elemenata, koji omogućavaju precizno modelovanje i analizu kompleksnih sistema:

1. Definisanje problema i modela;
2. Generisanje slučajnih brojeva;
3. Izvođenje Monte Karlo simulacije;
4. Analiza dobijenih rezultata.

Prvi i osnovni element je *definisanje problema i modela*. Ovo podrazumijeva identifikaciju sistema ili procesa u postavljenom zadatku i njihov opis odgovarajućim matematičkim modelima. Model može biti deterministički, gdje su svi ulazni podaci poznati i fiksni, ili stohastički, gdje parametri uključuju element nesigurnosti i varijabilnosti.

Drugi element je *generisanje slučajnih brojeva*. Slučajni brojevi su srž Monte Karlo metode, jer omogućavaju simulaciju različitih scenarija i ishoda. Ovi brojevi se generišu iz različitih raspodjela vjerovatnoće, kao što su normalna, uniformna, eksponencijalna ili druge raspodjele, koje najbolje opisuju varijabilnost parametara u modelu. Izbor raspodjele zavisi od prirode problema i karakteristika sistema koji se analizira. U okviru sekvencijalnih Monte Karlo simulacija generisanje slučajnih brojeva ne mora biti nezavisno, nego slučajni brojevi izvučeni za trenutak  $t$  mogu da zavise od vrijednosti slučajnih brojeva iz prethodnih trenutaka. U takvom slučaju se umjesto koncepta slučajne promjenljive koristi koncept slučajnog procesa. U najsloženijim slučajevima, moguće je postojanje korelacije između pojedinih slučajnih promjenljivih ili slučajnih procesa u modelu.

Treći ključni element je *izvođenje velikog broja simulacija*. Kroz ponovljeno simuliranje sistema sa različitim slučajnim uzorcima, moguće je dobiti statistički reprezentativan skup rezultata. Svaka simulacija predstavlja jedan mogući ishod sistema, a zbir svih simulacija omogućava procjenu vjerovatnoće različitih ishoda i identifikaciju najvjerovatnijih scenarija.

Četvrti element je *analiza dobijenih rezultata*. Nakon izvođenja simulacija, slijedi obrada i analiza prikupljenih podataka. Ovaj korak uključuje statističku analizu, vizuelizaciju rezultata kroz grafikone i tabele, kao i procjenu vjerovatnoća i nesigurnosti. Analiza rezultata omogućava donošenje zaključaka o ponašanju sistema, identifikaciju ključnih rizika i mogućnosti za optimizaciju.

### 2.8.4 Osnovni primjeri primjene Monte Karlo simulacija

#### Deterministički problem: Određivanje vrijednosti broja $\pi$

Određivanje broja  $\pi$  je poznati školski primjer primjene Monte Karlo simulacije za rješavanje determinističkog problema. Matematički model se lako postavlja na osnovu slike 1.1. Površina kvadrata jednaka je jedinici, a površina četvrtine jediničnog kruga iznosi  $\pi/4$ . Broj  $\pi$  moguće je procijeniti ako se generiše veliki broj tačaka unutar jediničnog pravougaonika i ako se provjeri koliko od svih tačaka pripada četvrtini kruga. Procijenjenu vrijednost broja  $\pi$  dobijamo pomoću formule:

$$\text{Procjena broja } \pi = 4 \cdot \frac{\text{Broj tačaka unutar kruga}}{\text{Ukupan broj tačaka}}. \quad (2.58)$$

Programsko rješenje navedenog zadatka je veoma jednostavno, pa programski kod 2.5 sadrži svega nekoliko linija. Na dijagramu sa slike 2.12 prikazano je kako se procijenjena vrijednost broja  $\pi$  mijenja sa povećavanjem broja generisanih tačaka. Granična vrijednost procjene teži ka stvarnoj vrijednosti broja  $\pi$ , kada broj tačaka teži beskonačnosti.

#### Programski kod 2.5

Procjena vrijednosti broja pi korišćenjem Monte Karlo simulacije

```
% Broj slučajnih tačaka koje će biti generisane
broj_tacaka = 10000;

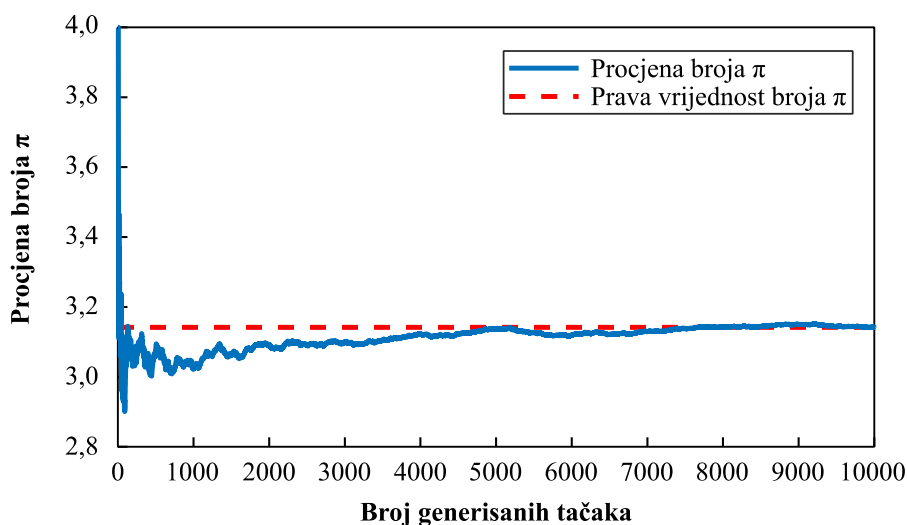
% Generisanje tačaka unutar kvadrata 1x1
x = rand(1, broj_tacaka);
y = rand(1, broj_tacaka);

% Brojanje koliko tačaka je unutar kružnog isječka
tacaka_u_krugu = (x.^2 + y.^2) <= 1;

% Procjena vrijednosti broja pi
procjena_pi = 4 * sum(tacaka_u_krugu) / broj_tacaka;

% Ispis procijenjene vrijednosti broja pi
fprintf('Procijenjena vrijednost broja pi je: %.6f\n', procjena_pi);
```





**SLIKA 2.12**

Procjena broja  $\pi$  u zavisnosti od broja slučajnih tačaka generisanih tokom Monte Karlo simulacije

### Stohastički problem: Isplativost ulaganja u vlastiti fotonaponski sistem

Primjenu Monte Karlo simulacija na rješavanje stohastičkih problema možemo da ilustrujemo na primjeru razmatranja isplativosti investicije u sopstveni fotonaponski sistem za proizvodnju električne energije.

#### 1. Definisane problema i modela

Zamislamo da postoji industrijski kompleks koji se električnom energijom snabdijeva iz elektroenergetske mreže. Zbog visokih računa za električnu energiju vlasnici razmatraju investiciju u sopstveni fotonaponski sistem, sa fotonaponskim modulima koji će biti montirani na krovu proizvodne hale.

Investiranjem u sopstveni proizvodni sistem pojavljuju se novi troškovi, koji uključuju investicione troškove za kupovinu i instalaciju opreme, te troškove koji su neophodni za rad i održavanje sistema. Svi troškovi se mogu svesti na godišnji nivo, te u funkciji rednog broja godine  $k$ , mogu biti označeni kao  $C(k)$ . Ovi troškovi se mogu smatrati determinističkom veličinom, ali takođe i stohastičkom, ukoliko želimo da u obzir uzmemo neželjene veće kvarove, zamjenu opreme u budućnosti ili nepredvidljivost rate kredita, ako je investicija obezbijedena iz kredita sa promjenljivom kamatnom stopom.

Zahvaljujući sopstvenom proizvodnom sistemu javlja se i novčana korist, nastala kao rezultat uštede usljed smanjene kupovine električne energije iz mreže i

prodaje viškova proizvedene električne energije u mrežu. Vrijednost koristi  $B(k)$ , ostvarene u godini  $k$ , nedvosmisleno je stohastička veličina. Ona je neizvjesna barem zato: (1) što se proizvodnja fotonaponskog sistema mijenja stohastički, (2) što može doći do kvarova na fotonaponskom sistemu i u elektroenergetskoj mreži, (3) što se potrošnja industrijskog kompleksa mijenja stohastički i (4) što se cijena po kojoj se kupuje i prodaje električna energija može mijenjati od godine do godine.

Navedene pojave (i druge ukoliko su od uticaja) potrebno je predstaviti adekvatnim modelima i povezati ih u cjelinu tako da se na osnovu ulaznih podataka kontinuirano izračunava proizvodnja fotonaponskog sistema i sopstvena potrošnja energije industrijskog kompleksa. Znajući tarife i cijene po kojoj se kupuje i prodaje električna energija, određuje se novčana korist koja je ostvarena prodajom energije i proizvodnjom za sopstvene potrebe.

Kao osnovni indikator isplativosti investicije može se iskoristiti neto sadašnja vrijednost (eng. *Net Present Value* – NPV) definisana kao:

$$NPV = \sum_{k=0}^N \frac{B(k) - C(k)}{(1+d)^k}, \quad (2.59)$$

gdje  $N$  predstavlja broj godina životnog vijeka sistema, a  $d$  je diskontna stopa. Korišćenjem ovog indikatora, smatra se da je investicija isplativa ukoliko je neto sadašnja vrijednost projekta pozitivna. Ako se analizira više mogućih projekata, bira se onaj koji ima najveću vrijednost NPV.

## 2. Generisanje slučajnih brojeva

Generator slučajnih brojeva obezbjeđuje ulazne informacije za generisanje vještačkih vremenskih serija svih potrebnih stohastičkih veličina. U ovom slučaju to bi bile vremenske serije Sunčeve iradijancije neophodne za određivanje proizvodnje fotonaponskog sistema, vremenske serije sopstvene potrošnje energije, trenuci nastanka kvarova fotonaponskog sistema i distributivne mreže zbog kojih dolazi do prekida napajanja električnom energijom, te povremene promjene cijene po kojoj se kupuje ili prodaje električna energija.

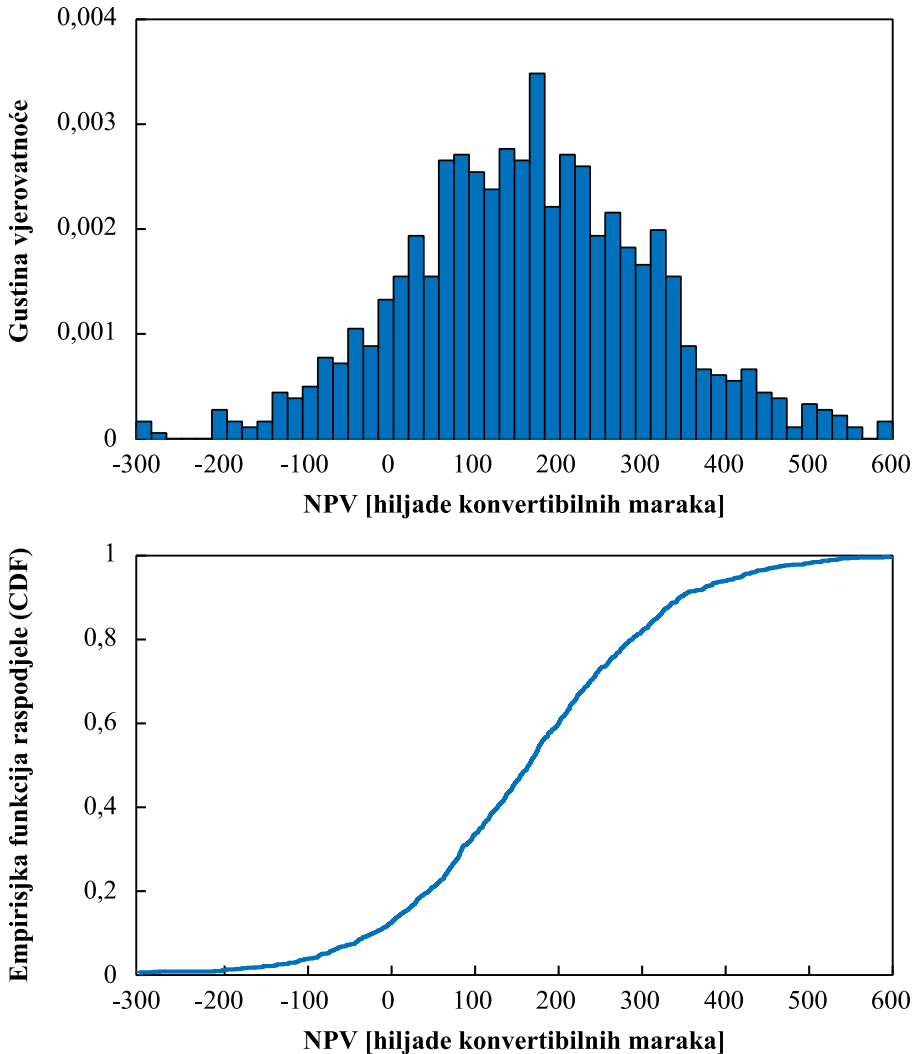
## 3. Izvođenje Monte Karlo simulacije

Korišćenjem ulaznih podataka provodi se Monte Karlo simulacija. Simulacija se izvodi sa velikim brojem iteracija (npr. 10 000 iteracija), što zavisi od kompleksnosti modela i vremena potrebnog za izvršenje računarskog programa. Svaka iteracija Monte Karlo simulacije kao rezultat daje jednu vrijednost indikatora NPV, tako da se na kraju dobija rješenje problema u obliku cijelog spektra mogućih ishoda.

## 4. Analiza dobijenih rezultata

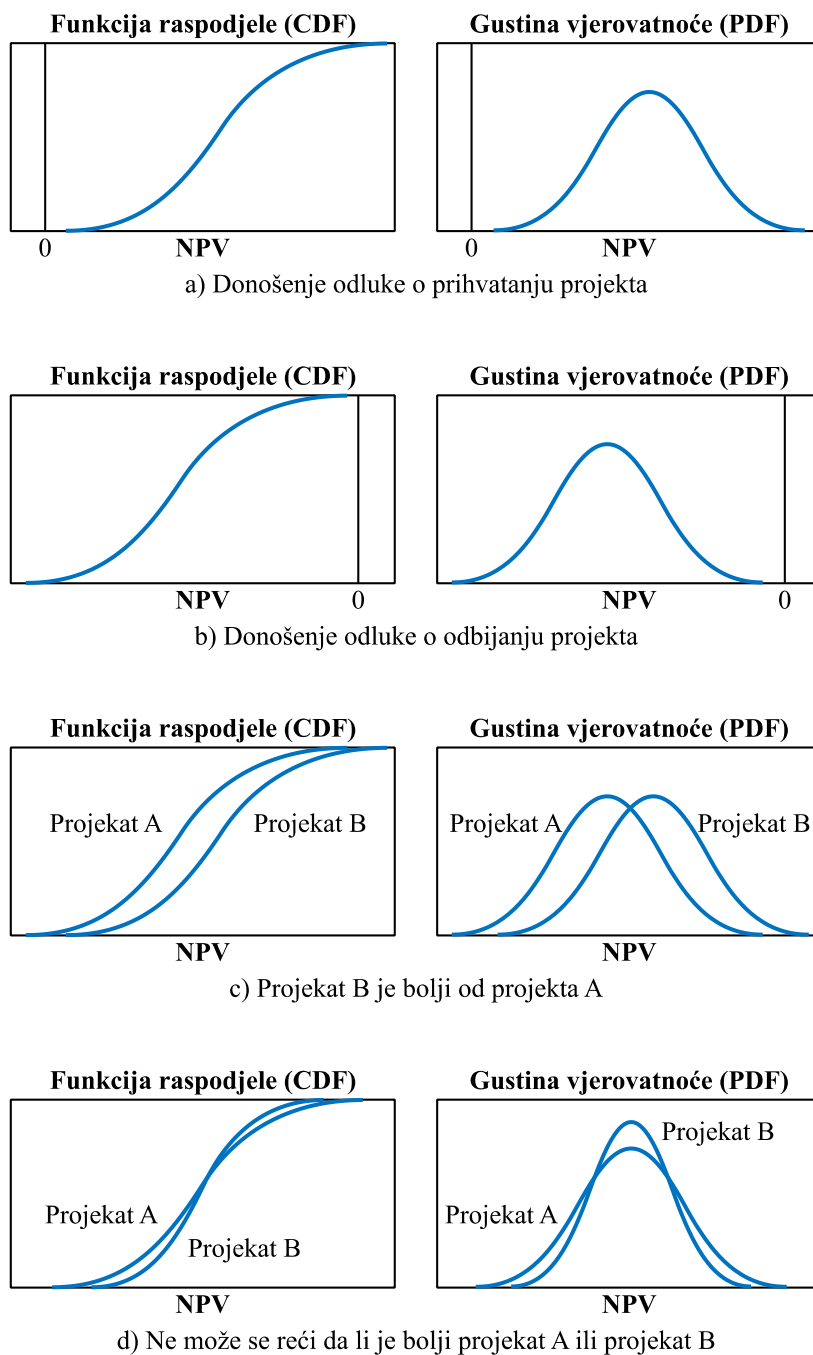
Dobijeni rezultati se obrađuju i donose se zaključci. U konkretnom slučaju prvo bi se odredilo matematičko očekivanje i varijansa neto sadašnje vrijednosti investicije. Matematičko očekivanje govori o prosječnom ishodu  $i$ , ukoliko se dobije pozitivna vrijednost, očekujemo da je investicija isplativa. Varijansa govori o disperziji rezultata, odnosno o činjenici koliko mogući ishodi odstupaju od prosječnog slučaja.

Detaljniju analizu možemo obaviti pomoću histograma (odnosno funkcije gustine vjerovatnoće – PDF) i pomoću empirijske funkcije raspodjele (CDF), prikazane na slici 2.13. Empirijska funkcija raspodjele se crta tako što se na  $x$ -osu poredaju svi simulirani ishodi za neto sadašnju vrijednost, a za svaki od tih ishoda pravi se skok funkcije raspodjele za iznos jednak  $1/N_{MC}$ , gdje je  $N_{MC}$  broj iteracija Monte Karlo simulacije. Na ovaj način dobija se empirijska kriva funkcije raspodjele koja monotono raste od 0 do 1. Ukoliko kriva sa slike 2.13 predstavlja rezultate za indikator NPV neke razmatrane investicije, na osnovu nje možemo da izvučemo zaključke kao što su: (1) u najboljem mogućem slučaju projekat će donijeti zaradu čija neto sadašnja vrijednost iznosi 600 000 KM, (2) u najgorem mogućem slučaju projekat će rezultovati gubitkom od 300 000 KM i (3) vjerovatnoća pojave gubitka, odnosno negativne neto sadašnje vrijednosti iznosi oko 10%.

**SLIKA 2.13**

Pretpostavljeni rezultati Monte Karlo simulacije

Ukoliko investitori nisu sigurni koju vrijednost instalisane snage fotonaponskog sistema da odaberu, postoji mogućnost da se testira konačan broj različitih snaga, tako što se za svaku varijantu provede Monte Karlo simulacija. Nekoliko mogućih ishoda i kriterijuma za odlučivanje prikazano je na slici 2.14 [6].

**SLIKA 2.14**

Donošenje odluka o isplativosti investicije na osnovu funkcije raspodjele

U nastavku dajemo objašnjenja za scenarije sa slike 2.14.

Scenario sa slike 2.14a:

Projekti koji za sve razmatrane scenarije pokazuju pozitivnu neto sadašnju vrijednost su dobri i mogu biti prihvaćeni bez rizika za gubitak novca.

Scenario sa slike 2.14b:

Projekti koji za sve razmatrane scenarije pokazuju negativnu neto sadašnju vrijednost nisu prihvatljivi, jer uvijek rezultuju gubitkom novca.

Scenario sa slike 2.14c:

Dva projekta se mogu uporediti posmatranjem njihovih CDF i PDF krivih. U razmatranom slučaju CDF i PDF krive projekta B nalaze se desno od odgovarajućih krivih projekta A. Ako se CDF krive ne sijeku, nedvosmisleno treba odabrati projekat B kao bolji. Za neku konkretnu vrijednost NPV sa  $x$ -ose vrijednost CDF funkcije je uvijek manja za projekat B, što korišćenjem definicije CDF funkcije znači da je manja vjerovatnoća da je indikator NPV manji ili jednak od te konkretne vrijednosti.

Scenario sa slike 2.14d:

Ukoliko se CDF krive sijeku, onda nije moguće nedvosmisleno reći koji od dva projekta je bolji. Na osnovu PDF krivih zaključujemo da se kod projekta A javlja veća varijansa rezultata, odnosno postoji mogućnost kako za veći dobitak, tako i za veći gubitak u odnosu na projekat B. U ovakvom slučaju, investitori koji su skloni rizikovanju odabrali bi projekat A, dok bi investitori koji izbjegavaju rizike odabrali projekat B.

# 3

## STOHAŠTIČKE POJAVE U ELEKTROENERGETICI

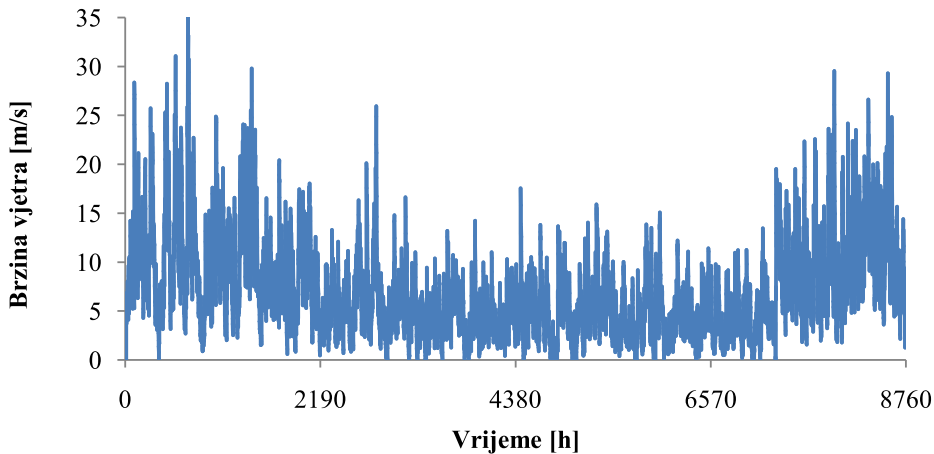
Praktični zadaci u elektroenergetici obiluju fizičkim veličinama koje mogu biti predstavljene kao slučajne promjenljive ili slučajni procesi. Od takvih veličina kao primjer možemo da navedemo uticajne hidrometeorološke promjenljive (brzina vjetra, Sunčeva iradijansa, temperatura vazduha, protok rijeke), karakteristike elektroenergetskog sistema koje stohastički variraju (snaga potrošnje, vrijeme pojave i lokacija kvara, vrijeme punjenja baterije električnog vozila) i ekonomske pokazatelje (cijene električne energije, nafte, gasa, opreme). U nastavku poglavlja prikazujemo neke od efikasnih načina za modelovanje stohastičkih veličina u elektroenergetici.

### 3.1 Brzina vjetra

Među stohastičkim modelima koji se koriste u elektroenergetici, modeli brzine vjetra spadaju u jednostavnije, pa je zato zgodno da njih razmotrimo na početku. Brzinu vjetra važno je modelovati prvenstveno zbog toga što ona predstavlja osnovni ulazni podatak za računanje snage vjetroagregata. Brzina vjetra, takođe, može biti korišćena kao pomoćna promjenljiva u analizi raznih drugih procesa, kao što je, na primjer, intenzitet odvođenja toplote sa fotonaponskih modula. Na slici 3.1 prikazan je ilustrativni dijagram koji sadrži podatke o brzini vjetra na vremenskom horizontu od jedne godine. Podaci su usrednjeni na nivou od 10 minuta, što je tipična rezolucija odmjeravanja brzine vjetra u elektroenergetici, pa prema tome prikazani set ukupno ima  $6 \times 8\,760 = 52\,560$  podataka. Usrednjavanjem svakih šest sukcesivnih odbiraka, moguće je od polaznog seta napraviti niz od 8 760 prosječnih časovnih vrijednosti brzine vjetra. U tehno-ekonomskim analizama najčešće se koriste ulazni podaci koji su dati sa časovnom rezolucijom.

Za modelovanje brzine vjetra u Monte Karlo simulacijama koriste se nesekvencijalni i sekvencijalni modeli, u zavisnosti od postavljenog zadatka i raspoloživih podataka. U okviru *nesekvencijalnih modela*, brzine vjetra u različitim vremenskim trenucima tretiraju se kao nezavisne slučajne promjenljive. U takvom pristupu, generisanje vrijednosti brzine vjetra za neki vremenski trenutak ne zavisi od vrijednosti brzine vjetra u ostalim vremenskim trenucima. Slučajni brojevi, koji

opisuju brzinu vjetra, izvlače se tipično iz Weibulove ili, rjeđe, iz normalne raspodjele. Nesekvencijalni modeli su jednostavni za realizaciju i brzo se izvršavaju u računarskim programima, ali zbog ignorisanja zavisnosti između vrijednosti u pojedinim vremenskim trenucima, mogu da dovedu do grešaka u primjenama gdje je navedena korelacija važna. U okviru *sekvencijalnih modela*, uzima se u obzir korelacija između brzina vjetra u različitim trenucima vremena. Prema pregledu literature iz rada [7], korelacija se najčešće uvažava korišćenjem linearnih modela iz porodice ARMA ili pomoću Markovljevih slučajnih procesa. Korišćenjem slučajnih procesa sa autokorelacijom, modeli preciznije opisuju stvarno ponašanje brzine vjetra, ali uz složeniju procjenu parametara modela i potrebu za snažnijim računarskim resursima, tokom generisanja vremenskih serija slučajnih podataka.



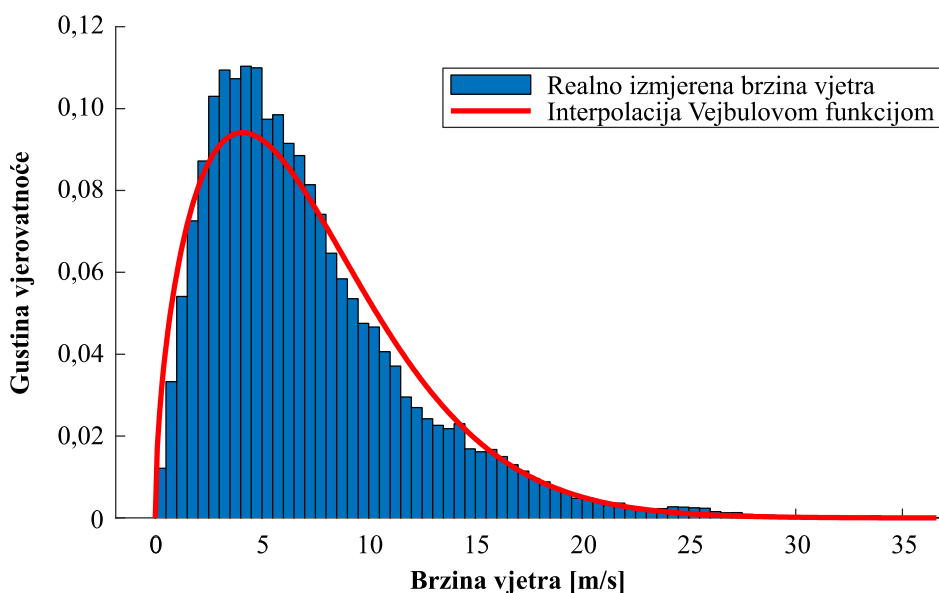
**SLIKA 3.1**

Brzina vjetra mjerena tokom 2009. godine na lokaciji Čestobrodica (Srbija)

### 3.1.1 Primjer nesekvencijalnog modela

Najjednostavniji model brzine vjetra koji se koristi u nesekvencijalnim Monte Carlo simulacijama bazira se na određivanju funkcije gustine vjerovatnoće (PDF) brzine kao slučajne promjenljive, iz koje bi se tokom simulacije izvlačile slučajne vrijednosti. Praksa pokazuje da Weibulova funkcija gustine vjerovatnoće najbolje opisuje realno izmjerene podatke o brzini vjetra. Na slici 3.2 prikazana je ilustracija kako je za podatke o brzini vjetra sa slike 3.1 određena odgovarajuća Weibulova funkcija. Na dijagramu sa slike uporedno su prikazani histogram realno izmjerenih podataka o brzini vjetra i predložena Weibulova funkcija koja se najbolje uklapa u realni histogram.




**SLIKA 3.2**

Histogram podataka o brzini vjetra sa lokacije Čestobrodica i interpolacija Vejbulovom funkcijom gustine vjerovatnoće

Za određivanje parametara Vejbulove funkcije upotrijebljena je Matlabova ugrađena funkcija `wblfit` koja koristi metodu procjene maksimalne vjerovatnoće (eng. *maximum likelihood estimation* – MLE). Za konkretni set podataka vrijednosti parametara Vejbulove funkcije su faktor oblika  $k=1,549$  i faktor skaliranja  $c=7,992$ . Dobijeni model je jednostavan, i za neke primjene je adekvatan. Treba imati u vidu da se ovakvim modelom ne mogu uvažiti neke specifične osobine brzine vjetra kao što su autokorelacija (povezanost vrijednosti brzine vjetra iz trenutka  $t$  sa brzinom iz prethodnog trenutka  $t-1$ ), uticaj promjene dan/noć na brzinu vjetra ili uticaj sezone (godišnjeg doba), koji uglavnom postoji, te je takođe evidentan i na test podacima sa slike 3.1. Za uvažavanje dodatnih specifičnih osobina, neophodna je upotreba sekvencijalnih modela.

### 3.1.2 Primjer sekvencijalnog modela

Kao primjer sekvencijalnog modela biće naveden model koji je razvijen od strane Dufo-Lopeza i saradnika [8], za kog je ustanovljeno da ima dobre karakteristike i širok opseg primjene. Za izvršavanje algoritma Dufo-Lopeza potrebno je na početku definisati vrijednosti sljedećih parametara:

1. Dvanaest mjesečnih prosjeka za brzinu vjetra označenih sa  $w_{av\_m}$  ( $1 \leq m \leq 12$ );
2. Željeni faktor oblika Vejbulove raspodjele  $k_{dist}$ ;
3. Autokorelacioni faktor prvog reda  $f_c$ .

Vrijednosti mjesečnih prosjeka za proizvoljnu lokaciju mogu se pronaći u namjenskim meteorološkim atlasima, kao što su atlas vjetra Danskog tehničkog univerziteta (DTU) [9] ili atlas američke agencije NASA [10]. Faktor oblika Vejbulove raspodjele uglavnom se kreće između 1,5 i 2,5, a takođe može biti preuzet iz baze podataka DTU atlasa vjetra. Za autokorelacioni koeficijent uzimaju se tipične vrijednosti koje leže u opsegu između 0,85 i 0,95 [11].

U naprednoj varijanti moguće je još, takođe, specificirati i:

1. Dvanaest mjesečnih prosjeka za brzinu vjetra po noći  $w_{n\_m}$ ;
2. Dvanaest vrijednosti mjesečne amplitude  $A_m$ ;
3. Dvanaest vrijednosti faktora  $F_m$ , kojim se definiše kako u mjesecu  $m$  brzina vjetra zavisi od doba dana;
4. Dvanaest vrijednosti časa u danu  $h_{max\_m}$ , posebno za svaki mjesec, u kojem se dešava maksimalna dnevna brzina vjetra.

Prema prethodnom, ukoliko definišemo sve ulazne podatke, za svaki mjesec  $m$  i za svaki čas  $h$  u danu, za prosječnu brzinu vjetra važi relacija:

$$w_{m,h} = w_{n\_m} + \max \left[ 0, \left( A_m - F_m (h - h_{max\_m})^2 \right) \right]. \quad (3.1)$$

Ukoliko, ipak, ne raspolažemo preciznim podacima za razmatranu lokaciju (što je čest slučaj za udaljene lokacije na kojima nisu obavljena mjerenja), smatramo da su noćni prosjeci brzine vjetra jednaki dnevnim, te ignorišemo razlike po pojedinim satima u toku dana, tako da u tom slučaju vrijedi:

$$w_{m,h} = w_{av\_m}. \quad (3.2)$$

Nakon definisanja ulaznih podataka, algoritam Dufo-Lopeza se izvršava kroz sljedeće korake:

1. Izvlačenje slučajnih brojeva iz Vejbulove raspodjele, posebno za svaki dan i svaki sat u godini. To se radi prema izrazu:

$$Weibull_{d,h} = \left[ -c_h^k \cdot \ln(1 - U_{d,h}) \right]^{1/k}. \quad (3.3)$$

U navedenom izrazu  $k$  je preliminarni faktor oblika Weibulove raspodjele, koji obično nije jednak krajnjem i željenom faktoru oblika  $k_{dist}$ . Naknadno će biti objašnjeno kako se varira vrijednost faktora  $k$ , tako da se podesi željeni faktor oblika  $k_{dist}$ . Promjenljiva  $U$  je slučajni broj iz uniformne raspodjele definisane na intervalu  $[0,1]$ , a  $c_h$  je faktor skaliranja mjesečne Weibulove raspodjele, za svaki čas u danu, koji se pomoću faktora oblika  $k$  izračunava na sljedeći način:

$$c_h = \frac{w_{m,h}}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)}, \quad (3.4)$$

gdje je sa  $\Gamma$  označena gama funkcija.

2. Formiranje niza korelisanih vrijednosti  $Y_{d,h}$  za svaki čas  $h$  i svaki dan  $d$  u godini, što se obavlja po sljedećoj proceduri:

$$Y_{d,h} = \begin{cases} Weibull_{d,h} & \text{za prvi čas prvog dana} \\ Y_{d,h-1} \cdot f_c + Weibull_{d,h} \cdot (1 - f_c) & \text{za sve ostale časove} \end{cases} \quad (3.5)$$

3. Formiranje pomoćne vremenske serije  $e_{d,h}$  na način da se od vrijednosti  $Y_{d,h}$  oduzme jedan dio prosječne mjesečne vrijednosti po formuli:

$$e_{d,h} = Y_{d,h} - f_{subtract} \cdot w_{av\_m}, \quad (3.6)$$

s tim da se stavlja  $e_{d,h} = 0$ , za vrijednosti kod kojih se dobije  $e_{d,h} < 0$ .

4. Računanje korekcionog faktora  $f_{correction\_m}$  za svaki mjesec u namjeri da konačne vrijednosti vremenske serije brzine vjetra  $w_{d,h}$  imaju iste mjesečne prosječne vrijednosti kao i zadate vrijednosti mjesečnih prosjeka  $w_{av\_m}$ :

$$f_{correction\_m} = \frac{w_{av\_m} \cdot 24 \cdot d_m}{\sum_{mjesec} e_{d,h}}, \quad (3.7)$$

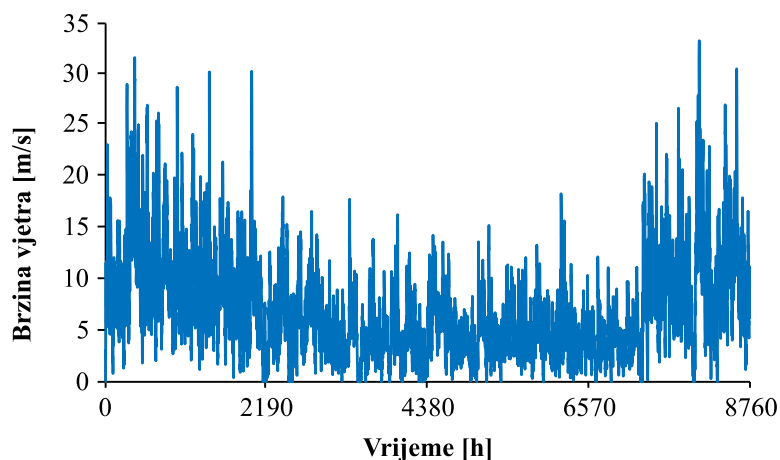
gdje je  $d_m$  broj dana u mjesecu  $m$ .

5. Skaliranje vrijednosti  $e_{d,h}$  pomoću koeficijenta  $f_{correction\_m}$  tako da se dobija konačna vremenska serija brzine vjetra  $w_{d,h}$ , kod koje mjesečni prosjeci imaju vrijednosti  $w_{av\_m}$ :

$$w_{d,h} = e_{d,h} \cdot f_{correction\_m}. \quad (3.8)$$

Dobijena vremenska serija  $w_{d,h}$  ima Weibulovu raspodjelu, ali njen faktor oblika  $k_{dist}$  se ne poklapa sa zadatim faktorom oblika  $k$ , koji je korišćen tokom generisanja Weibulovih brojeva u okviru koraka 1. Da bi konačno odabrana vremenska serija imala željeni faktor oblika  $k_{dist}$ , potrebno je, sa određenom rezolucijom, mijenjati preliminarni faktor  $k$  i koeficijent  $f_{subtract}$ , u potrazi za kombinacijom vrijednosti koja će dati najbolje rješenje. Autori predlažu da se faktor  $k$  mijenja od 0,3 do 5 u koracima od po 0,1 (48 mogućnosti), a da se koeficijent  $f_{subtract}$  mijenja od 0 do 1 u koracima od po 0,1 (deset mogućnosti). Za svaku od  $48 \times 10 = 480$  mogućnosti kumulativna funkcija raspodjele dobijenih podataka  $w_{d,h}$  se poredi sa teorijskom kumulativnom funkcijom Weibulove raspodjele, kod koje je faktor oblika jednak  $k_{dist}$ . Varijanta kod koje se dobije najbolje poklapanje simuliranog i teorijskog slučaja proglašava se kao konačno rješenje.

Prema gorenavedenim instrukcijama, isprogramiran je generator vještačkih vremenskih serija brzine vjetra prema test podacima sa slike 3.1. Na osnovu tih podataka određeno je da vektor mjesečnih prosjeka brzine vjetra ima sljedeće elemente: [11,33; 10,11; 8,72; 6,16; 4,59; 4,36; 4,68; 4,69; 4,65; 4,11; 9,53; 11,11] i vrijednosti iz ovog vektora korišćene su kao ulazni argument  $w_{av,m}$ . Za autokorelacioni faktor  $f_c$  uzeta je vrijednost 0,9 (što je tipična vrijednost za većinu lokacija). Razlike u brzini vjetra u dnevnim i noćnim uslovima su zanemarene. Testiranjem 480 varijanti generisanih vremenskih serija mijenjane su vrijednosti faktora  $k$  i  $f_{subtract}$ , te su određene njihove optimalne vrijednosti ( $k = 0,8$  i  $f_{subtract} = 0,7$ ). Za ove vrijednosti ulaznih parametara  $k$  i  $f_{subtract}$  Weibulova raspodjela generisanih podataka ima sljedeće parametre:  $k = 1,5824$  i  $c = 7,8515$ , što ne odstupa mnogo od parametara određenih za realno izmjerene podatke. Mjesečne prosječne vrijednosti generisane brzine vjetra takođe su u saglasnosti sa mjesečnim prosjecima izmjerenih podataka. Primjer generisanih podataka o brzini vjetra za jednu test godinu prikazan je na slici 3.3.


**SLIKA 3.3**

Podaci za jednu test godinu za lokaciju Čestobrodica kao rezultat simulacije metodom Dufo-Lopeza

### 3.1.3 Računanje snage vjetroelektrane

Brzina vjetra u elektroenergetici predstavlja ulaznu promjenljivu koja služi za određivanje mnogo važnije promjenljive – snage vjetroatregata. Zavisnost izlazne snage vjetroatregata od brzine vjetra u stacionarnim stanjima, za tri agregata poznatih proizvođača, prikazana je u tabeli 3.1. Podaci iz tabele su, takođe, prikazani i dijagramski na slici 3.4. Primjećujemo da su oblici karakteristika snage u funkciji brzine vjetra veoma slični za sva tri agregata, odnosno da se krive gotovo poklapaju. Ovdje treba imati u vidu da su brzine vjetra u tabeli i na dijagramu date na visini stuba na kojem je montiran vjetroatregat. Ako se simulirane (mjerene) brzine  $w$  odnose na jednu visinu  $h_w$ , a agregat je montiran na drugačijoj visini  $h_v$ , tada se brzina vjetra  $v_v$  na visini agregata  $h_v$  može procijeniti pomoću evropskog transformacionog obrasca:

$$v_v = w \frac{\ln\left(\frac{h_v}{z_0}\right)}{\ln\left(\frac{h_w}{z_0}\right)}, \quad (3.9)$$

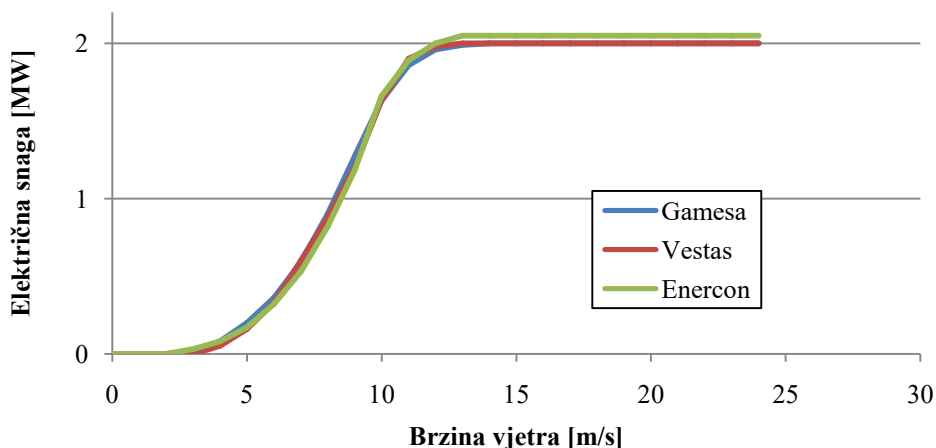
gdje je sa  $z_0$  označena tzv. „dužina hrapavosti”, parametar koji govori o stepenu neravnine terena na mjestu izgradnje vjetroelektrane [12].

**TABELA 3.1**

Izlazna snaga u zavisnosti od brzine vjetra za tri karakteristična vjetroagregata

v [m/s]	Gamesa G90 2MW	Vestas V90 2MW	Enercon E-82 2MW
0	0	0	0
1	0	0	0
2	0	0	0
3	0,02	0	0,03
4	0,08	0,05	0,08
5	0,2	0,16	0,17
6	0,36	0,33	0,32
7	0,59	0,6	0,53
8	0,9	0,88	0,82
9	1,27	1,2	1,18
10	1,63	1,63	1,66
11	1,86	1,9	1,89
12	1,96	1,98	2
13	1,99	2	2,05
14	2	2	2,05
15	2	2	2,05
16	2	2	2,05
17	2	2	2,05
18	2	2	2,05
19	2	2	2,05
20	2	2	2,05
21	2	2	2,05
22	2	2	2,05
23	2	2	2,05
24	2	2	2,05

Ukoliko je unaprijed poznato koji agregat se koristi, u simulacijama i proračunima moguće je direktno koristiti tabelarno zadatu karakteristiku snage agregata u funkciji brzine vjetra. U slučajevima kada brzina vjetra nema cjelobrojnu vrijednost, snaga agregata se određuje metodom interpolacije.



SLIKA 3.4

Izlazna snaga u zavisnosti od brzine vjetra za tri karakteristična vjetroagregata

Ukoliko, ipak, tip agregata nije poznat unaprijed, koriste se približni, analitički zadati, izrazi za karakteristiku snage agregata u funkciji brzine vjetra. U jednostavnijoj varijanti, kriva snage se aproksimira sa tri linearna segmenta. U složenijim varijantama, za interpolaciju se koriste krive drugog ili trećeg reda. Primjer jednog kompleksnog modela za određivanje snage vjetroagregata  $P$  dat je sljedećim izrazom [13]:

$$P = \begin{cases} 0, & 0 \leq v_v < v_{ci} \\ P_n (G + Fv_v + Hv_v^2), & v_{ci} \leq v_v < v_n \\ P_n, & v_n \leq v_v < v_{co} \end{cases} \quad (3.10)$$

gdje su:  $v_v$  – brzina vjetra na visini vjetroagregata,  $v_{ci}$  – minimalna brzina vjetra za uključenje vjetroagregata (eng. *cut-in speed*),  $v_{co}$  – maksimalna brzina vjetra do koje je dozvoljen rad vjetroagregata (eng. *cut-out speed*),  $v_n$  – nominalna brzina vjetra pri kojoj se dostiže nominalna snaga vjetroagregata,  $P_n$  – nominalna snaga vjetroagregata, dok su  $G$ ,  $F$  i  $H$  parametri interpolacije koji se računaju prema sljedećim izrazima:

$$G = \frac{1}{v_{ci}^2 - v_{co}^2} \left[ v_{ci} (v_{ci} + v_{co}) - 4v_{ci}v_{co} \left( \frac{v_{ci} + v_{co}}{2v_{co}} \right)^3 \right], \quad (3.11)$$

$$F = \frac{1}{v_{ci}^2 - v_n^2} \left[ 4(v_{ci} + v_n) \left( \frac{v_{ci} + v_n}{2v_n} \right)^3 - 3(v_{ci} + v_n) \right], \quad (3.12)$$

$$H = \frac{1}{v_{ci}^2 - v_n^2} \left[ 2 - 4 \left( \frac{v_{ci} + v_n}{2v_n} \right)^3 \right]. \quad (3.13)$$

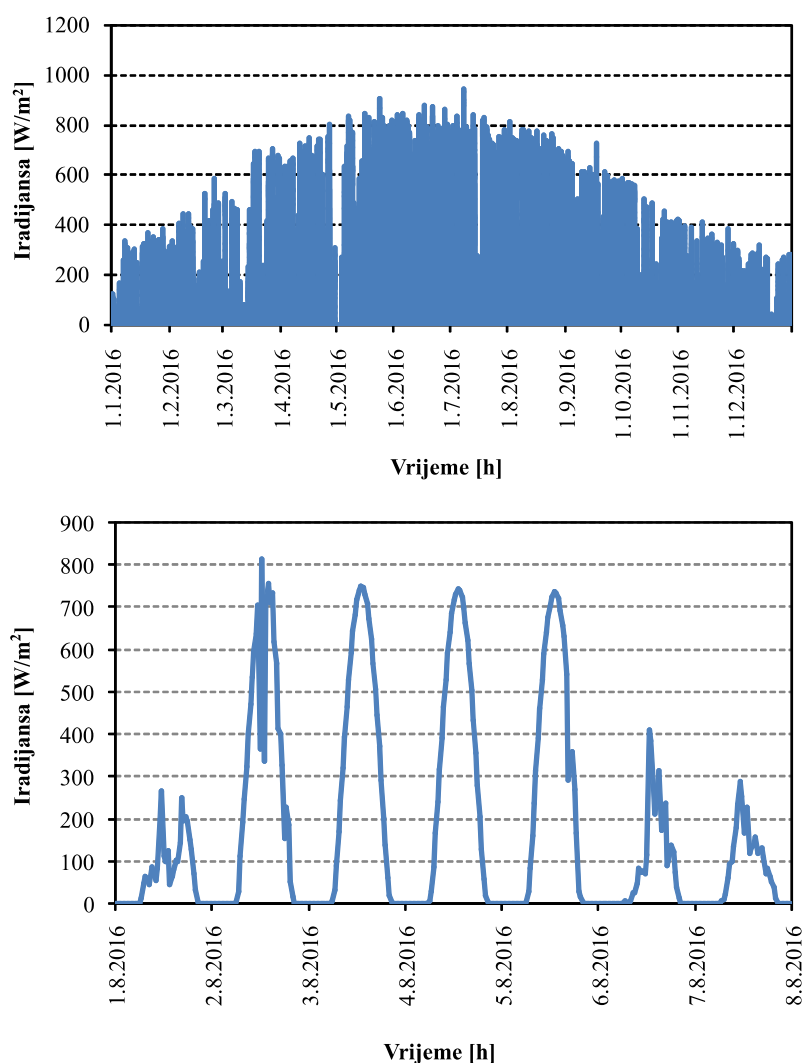
### 3.1.4 Modeli bez korišćenja podataka o brzini vjetra

U literaturi postoji i alternativni pristup prema kome se neposredno radi sa vremenskim serijama snage proizvodnje vjetroelektrane, bez korišćenja podataka o brzini vjetra [7],[14]. Razlozi koje autori navode kao argument za korišćenje ovog pristupa su: (1) nedostatak mjerenih podataka o brzini vjetra na zahtijevanom području, pomoću kojih bi se vršila kalibracija modela za simulaciju, (2) nedovoljno precizni modeli vjetroagregata pomoću kojih se obavlja transformacija iz brzine vjetra u električnu snagu i (3) povećavanje greške tokom transformacije iz brzine vjetra u električnu snagu, budući da, na primjer, greška u brzini vjetra od 3% uzrokuje grešku od oko 6% u određivanju električne snage. Ipak, treba imati u vidu, da su vremenske serije snage vjetroagregata značajno složenije za modelovanje od vremenskih serija brzine vjetra.

## 3.2 Iradijansa

Iradijansa se definiše kao snaga koja zračenjem dopijeva na neku podlogu, a mjeri se u vatima po metru kvadratnom ( $\text{W}/\text{m}^2$ ). Iradijansa sunčevog zračenja suštinska je ulazna veličina od koje zavisi trenutna snaga solarnih fotonaponskih elektrana i solarnih termoelektrana. Od vrijednosti iradijanse posredno zavise i druge veličine kao što su, na primjer, temperatura ambijenta ili temperatura fotonaponskih modula. Mjerenje iradijanse sunčevog zračenja uobičajeno se obavlja na horizontalnoj podlozi, jer se tako dobija univerzalni podatak upotrebljiv za različite primjene. Naknadnim transformacijama se, u zavisnosti od vrijednosti iradijanse horizontalne podloge, određuje iradijansa zračenja na kolektor proizvoljne orijentacije. Iradijansa na horizontalnu podlogu, koja je tokom 2016. godine mjerena u Banjoj Luci (instrumentima lociranim na zgradi Akademije nauka i umjetnosti Republike Srpske), prikazana je dijagramima na slici 3.5.





**SLIKA 3.5**

Časovne vrijednosti iradijanse izmjerene u Banjoj Luci: (gornji dijagram) tokom 2016. godine i (donji dijagram) tokom prve sedmice avgusta 2016. godine

Gornji dijagram prikazuje iradijansu za cijelu 2016. godinu. Na njemu se uočava godišnji trend iradijanse, odnosno razlike između maksimuma snage zračenja koje se javljaju u pojedinim godišnjim dobima. Maksimalna snaga zračenja u mjesecu julu više od dvostruko je veća od maksimalne snage koja se bilježi tokom mjeseca decembra. Na gornjem dijagramu se takođe uočavaju i „propadi”, odnosno

smanjenja iradijance koji se javljaju za vrijeme oblačnih dana. Trenutak pojave i intenzitet oblačnosti stohastička je pojava i ona je presudni otežavajući faktor koji komplikuje modelovanje solarne iradijance. Na donjem dijagramu sa slike 3.5 detaljnije je prikazana vremenska serija iradijance na horizontalnu podlogu, koja je izmjerena tokom prvih sedam dana mjeseca avgusta 2016. godine. Tri dnevna dijagrama iradijance zabilježena tokom tri pretežno vedra dana (od 3. avgusta do 5. avgusta) međusobno imaju sličan oblik, dok su dnevni dijagrami iradijance tokom oblačnih dana autentični i različiti za svaki dan.

### 3.2.1 Pregled stohastičkih modela iradijance

Za potrebe izvršavanja Monte Karlo simulacija generišu se vještačke vremenske serije iradijance. Temom razvoja stohastičkih modela iradijance bavili su se mnogi istraživači, a u nastavku sekcije biće navedeni karakteristični rezultati ostvareni u ovom polju.

Kao najjednostavniji model za generisanje slučajnih vrijednosti iradijance navešćemo rad kojeg su objavili Sharafi i koautori [15]. U ovom radu iradijansa  $G(h)$  u proizvoljnom času  $h$  modelovana je sumom determinističke komponente  $G_{\mu}(h)$  i stohastičke komponente  $G_{\epsilon}(h)$ . Komponenta  $G_{\mu}(h)$  predstavlja matematičko očekivanje iradijance za taj čas, što se određuje kao prosjek na osnovu istorijskih podataka. Komponenta  $G_{\epsilon}(h)$  predstavlja slučajnu vrijednost za koju se smatra da ima normalnu raspodjelu. Standardna devijacija stohastičke komponente se takođe određuje na osnovu istorijskih podataka za odgovarajući čas. Sličan koncept nalazimo, takođe, u radu kojeg su napisali Abasi (*Abbassi*) i koautori [16]. Navedeni modeli zaista jesu veoma jednostavni za upotrebu, ali je njihova veza sa realnošću upitna, budući da odstupanje vrijednosti iradijance od srednje vrijednosti uglavnom ne podliježe normalnoj raspodjeli.

Na osnovu dugotrajnijih mjerenja obavljenih na više lokacija pokazuje se da se vrijednosti časovne iradijance mnogo bolje uklapaju u beta raspodjelu ili u Vejbulovu raspodjelu [17]-[18]. Iz ovog razloga, mnogi radovi u kojima se primjenjuje (tipično nesekvencijalna) Monte Karlo simulacija, sadrže generator iradijance koji se bazira na izvlačenju slučajnih vrijednosti iz jedne od navedenih raspodjela [19]-[24]. U jednostavnijoj varijanti smatra se da je raspodjela časovne iradijance unimodalna (da ima jedan maksimum), te se kao model koristi jedna beta funkcija gustine vjerovatnoće [19]-[22]. Detaljnija istraživanja pokazuju da je teško sve podatke adekvatno uklopiti u jednu unimodalnu funkciju raspodjele, tako da se predlaže podjela podataka u dvije grupe, npr. 0–500 W/m<sup>2</sup> i 500–1000 W/m<sup>2</sup>, i pronalaženje dvije unimodalne funkcije raspodjele, koje bi se sumirale u jednu bimodalnu. Tako se u radu [23] koristi kombinacija dvije beta funkcije, a u radu [24] kombina-

cija dvije Vejbulove funkcije raspodjele vjerovatnoće. Postoje varijante i kada se umjesto u domenu iradijanse, prelazi u neki drugi domen kao što je, na primjer, domen indeksa vedrine  $k_t$  [25]. Primjena indeksa vedrine generalno je povoljnija, budući da se njegove vrijednosti kreću u značajno manjem opsegu i mnogo manje zavise od geografske lokacije, nego što je slučaj sa vrijednostima iradijanse.

U kreiranju generatora vještačkih vremenskih serija iradijanse za sekvencijalne Monte Karlo simulacije odlazi se još par koraka dalje i metode se primjetno komplikuju.

U radu [26] prelazi se u domen indeksa vedrog neba (eng. *clear sky index*) koji se definiše kao odnos između realne iradijanse i iradijanse koja bi bila prisutna u slučaju da je nebo u potpunosti vedro. Prilikom modelovanja, iz vremenske serije indeksa vedrog neba prvo se otklanja trend, oduzimanjem srednje vrijednosti i dijeljenjem sa standardnom devijacijom. Kao rezultat ove transformacije, dobija se pomoćna promjenljiva  $y_t$ , koja se može smatrati stacionarnom vremenskom serijom. Vremenska serija  $y_t$  se potom modeluje ARMA modelom pomoću kojega mogu da se generišu nove vještačke vremenske serije proizvoljne dužine. Inverznom transformacijom vraća se u domen indeksa vedrog neba, a potom i originalni domen iradijanse.

Metode koje su posebno afirmisane u ovoj oblasti prezentovane su u radovima Grahama i saradnika [27]-[28], odnosno u radovima Aguiara i saradnika [29]-[30]. Obje metode datiraju od kraja osamdesetih i početka devedesetih godina prošlog vijeka, ali se i danas koriste kao moduli u savremenim softverskim paketima i algoritmima za generisanje vještačkih vremenskih serija iradijanse. Dva osnovna razloga za njihovu popularnost su: (1) dovoljno je kao ulaze specificirati samo mjesečne prosjeke iradijanse i (2) primjenljivost metoda ne zavisi od lokacije na Zemlji. U okviru metoda prelazi se u domen indeksa vedrine (eng. *clearness index*), veličine koja predstavlja količnik realne iradijanse horizontalne podloge i iradijanse koja na horizontalnu podlogu dopijeva iznad zemljine atmosfere. Zajednička osobina navedene dvije metode je da se radi u dva koraka – prvo se generiše vremenska serija dnevnih indeksa vedrine, a potom se, na osnovu nje, generišu časovne vrijednosti. Kod Grahama se dnevni indeksi vedrine generišu korišćenjem autoregresivne metode [27]. Korišćenjem dnevnih indeksa vedrine, zasebnom metodom, obavlja se generisanje časovnih indeksa vedrine [28]. Poznati softver HOMER upravo koristi Grahamovu metodu za generisanje vještačkih vremenskih serija iradijanse. Kod Aguiara se dnevni indeksi vedrine generišu na bazi Markovljevih matrica prelaza [29]. Interpolacija na časovnom nivou obavlja se pomoću vremenski zavisnog, autoregresivnog Gausovog modela [30]. Aguiarova metoda je nešto složenija od Grahamove, ali se pokazuje da vremenske serije koje ona generiše posjeduju statističke osobine koje se bolje poklapaju sa

realnim podacima. Metode Grahama i Aguiara se smatraju i danas standardom u modelovanju iradijance, bez obzira na činjenicu da su poslije njih razvijene mnoge alternativne metode. Jedan od smjerova razvoja stohastičkih modela iradijance u savremeno doba, predstavlja, na primjer, upotreba neuronskih mreža [31].

### 3.2.2 Primjer nesekvencijalnog modela

Kao primjer modela solarne iradijance koji se koristi u nesekvencijalnim Monte Karlo simulacijama biće razmotren generator baziran na unimodalnoj beta raspodjeli, koji se koristi u radovima [21]-[22].

Prema teoriji prikazanoj u sekciji 2.4.6 funkcija gustine vjerovatnoće beta raspodjele data je formulom (2.33). Uzima se da vrijedi  $a = 0$  i  $b = 1$ , čime se beta raspodjela svodi na standardnu, koja je ograničena na intervalu  $[0,1]$ . Kao slučajna promjenljiva koristi se odnos aktuelne iradijance  $G$  i njene maksimalne vrijednosti  $G_{max}$ , koji se uvijek nalazi unutar zahtijevanog intervala  $[0,1]$ . Prema tome, funkcija gustine vjerovatnoće iz koje se izvlače slučajne vrijednosti opisana je sljedećom relacijom:

$$f(G) = \frac{\Gamma(p+q)}{\Gamma(p)\Gamma(q)} \left( \frac{G}{G_{max}} \right)^{p-1} \left( 1 - \frac{G}{G_{max}} \right)^{q-1}, \quad (3.14)$$

pri čemu su  $p$  i  $q$  parametri raspodjele, pomoću kojih se definiše njen oblik. Na primjer, u radu [22] autori su na bazi mjerenih podataka odredili vrijednosti parametara  $p = 0,151$  i  $q = 0,963$ .

### 3.2.3 Primjer sekvencijalnog modela

Kao primjer sekvencijalnog modela za generisanje časovnih vremenskih serija iradijance biće predstavljen algoritam kojeg su u dva sukcesivna koraka razvili Aguiar i saradnici [29]-[30].

Algoritam Aguiara radi u domenu indeksa vedrine umjesto u originalnom domenu Sunčeve iradijance. Ovakvim pristupom omogućava se korišćenje jednostavnijih statističkih osobina koje u odnosu na iradijansu posjeduje indeks vedrine, a takođe se osigurava i univerzalnost primjene, u smislu da se metoda može primijeniti na bilo koju lokaciju na Zemlji. Indeks vedrine se definiše kao odnos globalne iradijance koja pada na horizontalnu ravan na površini Zemlje i ukupne iradijance koja na horizontalnu podlogu pada izvan atmosfere. Iradijansa mjerena na horizontalnoj površini van atmosfere Zemlje može se smatrati determinističkom veličinom i stoga se može odrediti korišćenjem samo geometrijskih parametara. S

druge strane, složeni procesi apsorpcije i rasijavanja u atmosferi razlozi su za to što je globalna iradijansa koja doseže površinu Zemlje ipak stohastička, a ne deterministička veličina. Indeks vedrine tako predstavlja mjeru atmosferskog uticaja na određenoj lokaciji. Simbol  $k_t$  se obično koristi za označavanje indeksa vedrine uprosječenog na nivou časa, dok  $K_t$  označava ovaj koeficijent kada se računa prosjek na nivou dana.

Za izvršavanje Aguiarovog algoritma na početku je jedino potrebno specificirati vektor sačinjen od 12 mjesečnih prosjeka dnevnog indeksa vedrine. Primjeri ovih prosjeka za Banju Luku (umjereno kontinentalna klima) i Trebinje (mediteranska klima) prikazani su u tabeli 3.2.

**TABELA 3.2**

Poređenje mjesečnih prosjeka dnevnog indeksa vedrine za Banju Luku (BL) i Trebinje (TR)

	Jan	Feb	Mar	Apr	Maj	Jun	Jul	Avg	Sep	Okt	Nov	Dec
BL	0,33	0,35	0,43	0,47	0,46	0,50	0,56	0,57	0,49	0,44	0,42	0,35
TR	0,44	0,44	0,48	0,53	0,56	0,61	0,65	0,66	0,6	0,55	0,49	0,47

Prva faza u algoritmu Aguiara je procedura generisanja vremenske serije dnevnih indeksa vedrine  $K_t$ , koja je detaljno objašnjena u radu [29]. Suštinske dvije pretpostavke na kojima je utemeljen ovaj algoritam su: (1) indeks vedrine u nekom danu u korelaciji je jedino sa vrijednošću ovog indeksa iz prethodnog dana i (2) vjerovatnoća pojave pojedinih vrijednosti indeksa vedrine ista je za lokacije koje imaju iste vrijednosti mjesečnog prosjeka indeksa vedrine. Za generisanje slučajne vrijednosti indeksa vedrine za naredni dan na osnovu iradijanse iz tekućeg dana (pretpostavka (1)) iskorišćena je metoda Markovljevih matrica prelaza. Element Markovljeve matrice na poziciji  $(i, j)$  sadrži vjerovatnoću pri kojoj će se vrijednost indeksa vedrine nalaziti u intervalu  $i$  pod uslovom da se u prethodnom danu nalazila u intervalu  $j$ . Ukupno je formirano deset Markovljevih matrica prelaza, a koja će se od njih koristiti zavisi od toga u kojem intervalu se nalazi mjesečni prosjek indeksa vedrine. Elementi matrica su određeni na osnovu podataka o iradijansi koja je mjerena na različitim lokacijama u Evropi i Africi. Deset mogućih intervala definisano je na sljedeći način:  $\{[0;0,30], (0,30;0,35], (0,35;0,40], (0,40;0,45], (0,45;0,50], (0,50;0,55], (0,55;0,60], (0,60;0,65], (0,65;0,70], (0,70;+\infty)\}$ . Osnovni koraci ove procedure su objašnjeni u nastavku:

1. Učitavanje vektora mjesečnih prosjeka dnevnog indeksa vedrine  $K_{t\_av\_m}$  ( $1 \leq m \leq 12$ );
2. Određivanje intervala kojem pripada svaki od mjesečnih indeksa vedrine i izbor odgovarajuće Markovljeve matrice prelaza;
3. Određivanje intervala  $j$  u kojem se nalazi dnevni indeks vedrine u danu  $d$ ;
4. Izvlačenje slučajne vrijednosti novog intervala  $i$  u kojem će se nalaziti dnevni indeks vedrine za novi dan  $d + 1$ , korišćenjem odgovarajuće Markovljeve matrice prelaza;
5. Određivanje slučajne vrijednosti dnevnog indeksa vedrine unutar novog intervala  $i$ ;

Izlaz iz prve faze algoritma je vremenska serija od 365 (ili 366) vještački generisanih dnevnih vrijednosti indeksa vedrine. Dobijena vremenska serija predstavlja ulaz za drugu fazu algoritma Aguiara, tj. generisanje časovnih vrijednosti indeksa vedrine za godinu dana.

Procedura generisanja časovnih vrijednosti indeksa vedrine detaljno je izložena u radu [30]. Na početku procedure se za tekući dan odredi satni ugao u trenutku izlaska sunca  $\omega_{IS}$  i zalaska sunca  $\omega_{ZS}$ . Satni ugao je ovdje definisan kao ugao za koji se Zemlja zarotirala od trenutka solarnog podneva (trenutka kada je Sunce tačno na jugu). Prema ovakvoj definiciji satni ugao prije podne ima negativne vrijednosti, a poslije podne pozitivne. Takođe se i za tekući dan odredi koeficijent autokorelacije prvog reda po formuli:

$$\phi_1 = 0,38 + 0,06 \cos(7,4K_t - 2,5). \quad (3.15)$$

Nakon navedene pripreme, za svaki čas  $h$  u danu ( $1 \leq h \leq 24$ ) izvršavaju se sljedeći koraci:

1. Određuje se satni ugao na početku ( $\omega_1$ ), u sredini ( $\omega$ ) i na kraju ( $\omega_2$ ) tekućeg časa  $h$  prema relacijama:

$$\omega_1 = (h - 13) \frac{\pi}{12}; \quad \omega = (h - 12,5) \frac{\pi}{12}; \quad \omega_2 = (h - 12) \frac{\pi}{12}; \quad (3.16)$$

i odgovarajući elevacioni ugao Sunca  $\beta(\omega)$  [32]. Ovaj korak se radi samo za časove koji pripadaju obdanici, tj.  $\omega \in [\omega_{IS}, \omega_{ZS}]$ .

2. Računa se indeks vedrine za slučaj kada je nebo u potpunosti vedro:

$$k_{cs}(h) = 0,88 \cos \left[ \pi \frac{h - 12,5}{30} \right]. \quad (3.17)$$

3. Računa se prosječni indeks vedrine korišćenjem relacije:

$$k_m = \lambda + \varepsilon \cdot \exp\left(-\frac{\kappa}{\sin \beta}\right), \quad (3.18)$$

pri čemu se pomoćne promjenljive računaju na sljedeći način:

$$\lambda = -0,19 + 1,12K_t + 0,24e^{-8K_t}, \quad (3.19)$$

$$\varepsilon = 0,32 - 1,60(K_t - 0,5)^2, \quad (3.20)$$

$$\kappa = 0,19 + 2,27K_t^2 - 2,51K_t^3. \quad (3.21)$$

4. Računa se standardna devijacija pomoću izraza:

$$\sigma(K_t, \beta) = A \cdot \exp[B(1 - \sin \beta)], \quad (3.22)$$

pri čemu se pomoćne promjenljive računaju na sljedeći način:

$$A = 0,14 \cdot \exp[-20(K_t - 0,35)^2], \quad (3.23)$$

$$B = 3(K_t - 0,45)^2 + 16K_t^5. \quad (3.24)$$

5. Uzima se slučajni broj  $R$  iz normalne raspodjele, kod koje je matematičko očekivanje jednako nuli, a standardna devijacija iznosi:

$$\sigma' = \sigma(1 - \phi^2)^{0,5}. \quad (3.25)$$

Ovo se može uraditi izvlačenjem slučajnog broja  $z = U(0,1)$  iz uniformne raspodjele i primjenom transformacije:

$$R = \sigma' \left[ \frac{z^{0,135} - (1-z)^{0,135}}{0,1975} \right]. \quad (3.26)$$

6. Određuju se časovne vrijednosti indeksa vedrine prema formuli:

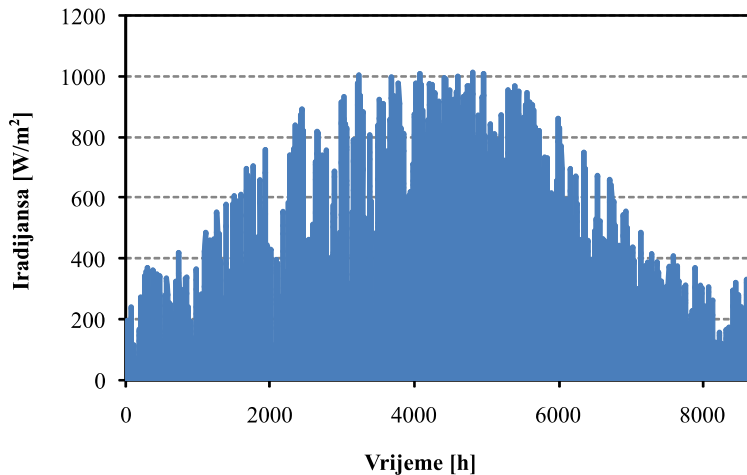
$$k_t = k_{tm} + \sigma y, \quad (3.27)$$

gdje je:

$$y(h) = \phi_1 y(h-1) + R. \quad (3.28)$$

Za svaku generisanu vrijednost indeksa vedrine  $k_t$  provjerava se da li je realistična, odnosno da li je veća od nule, a manja od maksimalne moguće vrijednosti ( $k_{cs}$ , koja je izračunata u okviru koraka 2). Ukoliko vrijednost ne pripada realističnom opsegu, ponavlja se korak 5. Ukoliko se nakon nekoliko ponavljanja (npr. deset) ne pronađe realistična vrijednost iz traženog opsega, obavljaju se korekcije: (1) negativna vrijednost indeksa vedrine proglašava se nulom, a (2) prevelika vrijednost se vraća na teorijski maksimum jednak  $k_{cs}$ .

Množenjem vrijednosti indeksa vedrine sa vrijednošću prosječne iradijance na horizontalnoj podlozi van atmosfere dobija se globalna iradijansa na horizontalnu podlogu na površini zemlje. Primjer vremenske serije časovne iradijance za Banju Luku, generisane pomoću Aguiarovog algoritma, prikazan je na slici 3.6. Kvalitet ovog modela u pogledu tačnosti dugoročnog prosjeka i varijabilnosti iz godine u godinu može se verifikovati poređenjem simuliranih rezultata sa podacima koje pruža baza podataka PVGIS CMSAF [33].



**SLIKA 3.6**

Podaci za jednu test godinu kao rezultat simulacije metodom Aguiara



### 3.2.4 Razdvajanje direktne i difuzne komponente iradijanse

Da bi se izračunala iradijansa koja dopijeva na proizvoljno orijentisan kolektor, globalna horizontalna iradijansa treba da se razloži na njenu direktnu komponentu ( $G_{BH}$ ) i difuznu komponentu ( $G_{DH}$ ). Iako se difuzna komponenta može direktno mjeriti, to se rijetko radi u praksi, zbog skupe i kompleksne opreme. Umjesto toga, difuzna komponenta se mnogo češće procjenjuje korišćenjem analitičkih regresivnih relacija. Udio difuzne komponente  $k_d$  definiše se kao odnos difuzne horizontalne iradijanse i globalne horizontalne iradijanse. Vrijedan pregled prikazan u radu [34] predstavlja poređenje između sedamnaest različitih matematičkih izraza za procjenu udjela difuzne komponente na časovnom nivou. Od svih razmatranih modela u pregledu, zaključeno je da takozvani Boland–Ridli–Lore (*Boland–Ridley–Lauret*) ili BRL model [35] pokazuje najbolje rezultate, uz relativno jednostavnu primjenu. Prema BRL modelu, udio difuzne komponente se procjenjuje na sljedeći način:

$$k_d = \frac{1}{1 + e^{(-5,38+6,63k_t+0,006AST-0,007\beta+1,75K_t+1,31\psi)}} \quad (3.29)$$

gdje su:  $AST$  (eng. *apparent solar time*) solarno vrijeme u minutama,  $\beta$  elevacioni ugao Sunca,  $k_t$  časovni indeks vedrine,  $K_t$  dnevni indeks vedrine, a  $\psi$  indeks postojanosti indeksa vedrine koji je definisan kao:

$$\psi = \begin{cases} \frac{k_{t-1} + k_{t+1}}{2} & \text{izlazak Sunca } < t < \text{ zalazak Sunca} \\ k_{t+1} & t = \text{ izlazak sunca} \\ k_{t-1} & t = \text{ zalazak sunca} \end{cases} \quad (3.30)$$

pri čemu su sa  $-1$  i  $+1$  označeni indeksi prethodnog i narednog časa, respektivno.

### 3.2.5 Računanje ukupne iradijanse solarnog kolektora

Kada su poznate vrijednosti direktne ( $G_{BH}$ ) i difuzne ( $G_{DH}$ ) iradijanse koje dopijevaju na horizontalnu podlogu, moguće je odrediti iradijansu koja dopijeva na solarni kolektor proizvoljne orijentacije. Ukupna iradijansa kolektora  $G_C$  računa se kao suma direktne ( $G_{BC}$ ), difuzne ( $G_{DC}$ ) i reflektovane komponente ( $G_{RC}$ ):

$$G_C = G_{BC} + G_{DC} + G_{RC} \quad (3.31)$$

Direktna komponenta koja dopijeva na kolektor se, na osnovu direktne iradijanske horizontalne podloge, računa pomoću odgovarajuće geometrijske transformacije:

$$G_{BC} = G_{BH} \frac{\cos \theta}{\sin \beta}, \quad (3.32)$$

gdje  $\theta$  označava ugao incidencije (ugao između normale kolektora i pravca pružanja sunčevih zraka), a  $\beta$  predstavlja elevacioni ugao Sunca. Uglovi  $\theta$  i  $\beta$  se kontinuirano mijenjaju i potrebno ih je izračunati za svaki čas ponaosob [36].

Određivanje difuzne komponente značajno je kompleksnije u odnosu na određivanje direktne komponente. U prvoj aproksimaciji, moguće je pretpostaviti da difuzno zračenje dolazi iz svih pravaca nebeskog svoda sa identičnim intenzitetom. U tom slučaju koristi se jednostavniji, tzv. *izotropski* model, prema kome se difuzna komponenta iradijanske, koja dopijeva na kolektor, računa korišćenjem izraza:

$$G_{DC} = G_{DH} \left( \frac{1 + \cos \Sigma}{2} \right), \quad (3.33)$$

gdje  $\Sigma$  predstavlja nagib kolektora u odnosu na ravan zemlje. U praksi se, međutim, pokazuje da difuzno zračenje nije izotropsko, nego da veći intenzitet zračenja potiče iz okoline sunčevog diska (cirkumsolarno zračenje), te iz pravaca koji su u blizini linije horizonta. Navedeni efekti su uvaženi u složenijim *anizotropskim* modelima difuznog zračenja, koji su opisani u radovima Klučera (*Klucher*) [37], Heja i Dejvisa (*Hay, Davis*) [38], Rajndla (*Reindl*) [39] i Pereza [40].

Reflektovana komponenta najmanje doprinosi ukupnoj iradijansi solarnog kolektora, pa se nekada i u potpunosti zanemaruje. Model koji se najčešće koristi za računanje reflektovane komponente iradijanske solarnog kolektora dat je izrazom:

$$G_{RC} = \rho (G_{BH} + G_{DH}) \left( \frac{1 - \cos \Sigma}{2} \right), \quad (3.34)$$

pri čemu je  $\rho$  koeficijent refleksije, koji teorijski uzima vrijednosti od 0 do 1. Praktično, ovaj koeficijent za travnatu podlogu iznosi 0,20–0,25, dok u prisustvu snijega na podlozi može da dostigne i do 0,85.

### 3.2.6 Računanje snage fotonaponske elektrane

Znajući vrijednost iradijansa koja dopijeva na fotonaponske module određuje se izlazna snaga fotonaponske elektrane. Jednostavan obrazac za procjenu snage elektrane  $P_{PV}$  pri iradijansi od  $G_C$  dat je formulom [41]:

$$P_{PV} = P_{STC} \frac{G_C}{1000 \text{ W/m}^2} \left[ 1 + \frac{\gamma}{100} (T_C - 25) \right] f_{loss}, \quad (3.35)$$

gdje su:  $P_{STC}$  [kW] izlazna snaga elektrane u standardnim test uslovima,  $\gamma$  [%/°C] koeficijent promjene snage fotonaponskih modula u funkciji temperature,  $f_{loss}$  je faktor gubitaka pomoću kojeg se uvažavaju gubici usljed zaprljanja, neusklađenosti karakteristika modula, sjenčenja i slično, a koji iznosi oko 0,90 i  $T_C$  [°C] je temperatura fotonaponskih ćelija koja se procjenjuje pomoću formule:

$$T_C = T_a + \frac{G_C}{800 \text{ W/m}^2} (NOCT - 20), \quad (3.36)$$

pri čemu je  $T_a$  temperatura ambijenta, a NOCT normalna radna temperatura fotonaponske ćelije (eng. *normal operating cell temperature*) koja se definiše kao temperatura koju postiže ćelija kada iradijansa iznosi  $800 \text{ W/m}^2$ , temperatura ambijenta  $20^\circ\text{C}$ , a brzina vjetra  $1 \text{ m/s}$ .

U navedenom modelu pretpostavljeno je da je efikasnost invertora jednaka za sve nivoe izlazne snage fotonaponske elektrane. Realna kriva efikasnosti invertora, ali i drugi aspekti koji u nekim situacijama mogu da budu od značaja, uvaženi su u preciznijim modelima [42].

### 3.2.7 Modeli bez korišćenja podataka o iradijansi

Slično kao što je rečeno za vjetroagregate, u literaturi postoji i alternativni pristup prema kome se direktno operiše sa vremenskim serijama snage proizvodnje fotonaponske elektrane, bez korišćenja podataka o iradijansi. Na primjer, u radu [43] predstavljena je metoda pomoću koje je moguće direktno generisati vremenske serije izlazne snage za više fotonaponskih elektrana instaliranih na različitim lokacijama. Zahvaljujući upotrebi vektorskog autoregresivnog modela (VAR), uz izlazne snage fotonaponskih elektrana moguće je generisati i izlazne snage proizvoljnog broja susjednih vjetroelektrana, uz uvažavanje međusobnih korelacija između svih pojedinačnih elektrana.

### 3.3 Temperatura ambijenta

Pitanje modelovanja temperature ambijenta u Monte Karlo simulacijama primjenjenim u elektroenergetici nije često razmatrano u naučnim radovima. Prema pregledu literature predstavljenom u radu [44], među svim meteorološkim i energetskim veličinama, najrjeđe je zastupljeno stohastičko modelovanje temperature. U nastavku ćemo predstaviti jedan nesekvencijalni i jedan sekvencijalni model za opisivanje stohastičkog ponašanja temperature ambijenta.

#### 3.3.1 Primjer nesekvencijalnog modela

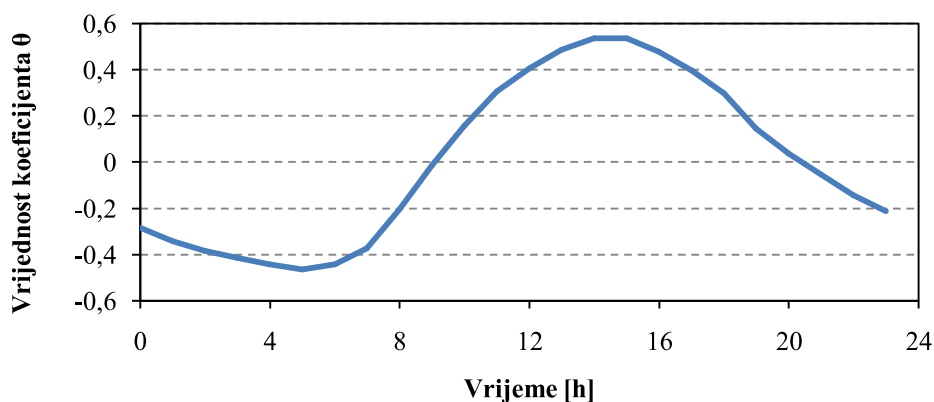
Jedan od modela temperature ambijenta koji se relativno jednostavno može primijeniti u nesekvencijalnim Monte Karlo simulacijama prikazan je u radu [45]. Osnova za realizaciju navedenog modela je deterministički model časovne temperature tokom projektnog dana, koji je predložen u priručniku američkog društva ASHRAE (eng. *American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers*) [46]. Prema ASHRAE modelu temperatura u času  $h$  određuje se sljedećom relacijom:

$$T(h) = T_{avg}(h) + \theta \cdot \Delta T. \quad (3.37)$$

U ovom modelu,  $T_{avg}$  predstavlja prosječnu dnevnu temperaturu, dok je  $\Delta T$  definirano kao maksimalni dnevni hod temperature:

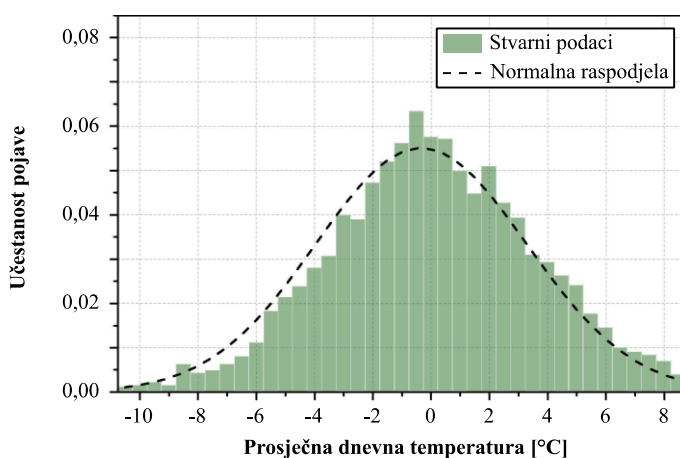
$$\Delta T = T_{max} - T_{min}, \quad (3.38)$$

gdje su sa  $T_{max}$  i  $T_{min}$  označene maksimalna i minimalna dnevna temperatura. Koeficijent  $\theta$  predstavlja udio promjene temperature u času  $h$  u odnosu na maksimalni dnevni hod temperature  $\Delta T$  i praktično prikazuje na koji način se mijenja temperatura tokom jednog dana. Vrijednost koeficijenta  $\theta$  prema ASHRAE preporukama prikazana je dijagramom na slici 3.7.

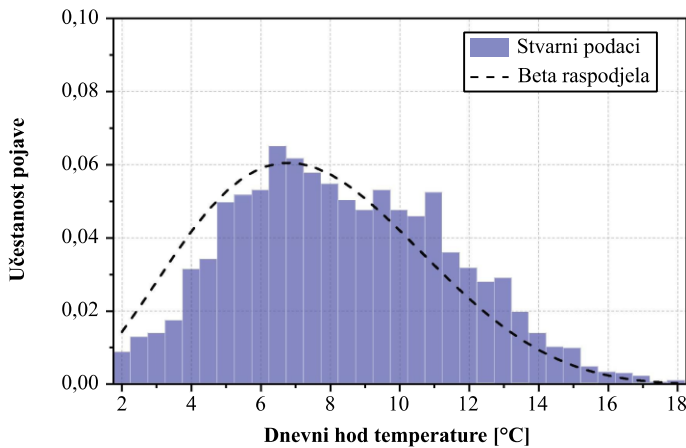
**SLIKA 3.7**

Vrijednost koeficijenta  $\theta$  u zavisnosti od časa u danu

Prema ideji iz rada [45] deterministički ASHRAE model se modifikuje u stohastički tako što se prosječna dnevna temperatura  $T_{avg}$  i dnevni hod temperature  $\Delta T$  tretiraju kao slučajne promjenljive. Na osnovu realnih mjerenja obavljenih tokom vremenskog perioda od 30 godina, ustanovljeno je da se prosječna dnevna temperatura najbolje uklapa u normalnu, a hod temperature u beta raspodjelu vjerovatnoće, što je ilustrovano na slikama 3.8 i 3.9.

**SLIKA 3.8**

Modelovanje prosječne dnevne temperature normalnom raspodjelom [45]

**SLIKA 3.9**

Modelovanje dnevnog hoda temperature beta raspodjelom [45]

U nesekvencijalnim simulacijama je tako moguće izvući slučajne promjenljive prikazanih raspodjela i pomoću izraza (3.37) odrediti temperaturu u traženom času  $h$ . Treba primijetiti, ukoliko bismo nezavisnom procedurom generisali vrijednosti prosječne temperature i hoda temperature za dva sukcesivna dana, izvjesno je da u većini slučajeva neće doći do kontinuiranog spajanja vremenskih serija u ponoć između navedena dva dana. Generisanje vremenskih serija temperature, kod kojih kontinuitet postoji tokom cijele godine, predmet je sekvencijalnih modela ambijentalne temperature.

### 3.3.2 Primjer sekvencijalnog modela

Kontinuirane časovne vremenske serije ambijentalne temperature moguće je generisati kombinovanjem dvije metode, jedne za generisanje vremenske serije prosječne dnevne temperature i druge za generisanje časovnih temperatura u toku jednog dana.

Generisanje vremenskih serija prosječnih dnevnih temperatura predstavljeno je u radu De Roja (*De Rooij*) [47]. Polazi se od pretpostavke da prosječna dnevna temperatura tokom godine u osnovi ima sinusoidalni trend. Da bi se omogućilo postojanje razlika između pojedinačnih godina, uvedeno je da se prosječna godišnja temperatura i amplituda sinusoide mijenjaju po nezavisnim normalnim raspodjelama. Godišnji trend temperature, kao pomoćna promjenljiva, određuje se pomoću obrasca:

$$\bar{T}_{i,trend} = N_1(\bar{T}_a, \sigma_T) + \frac{A_{n,i}}{A_c} N_2(A_c, \sigma_a) \sin \left[ \frac{2\pi(\psi + i \bmod 365 - 0,5)}{365} \right]. \quad (3.39)$$

U prikazanom obrascu  $\bar{T}_{i,trend}$  je komponenta trenda temperature za dan u godini rednog broja  $i$ . Veličina  $N_1$  je slučajni broj izvučen iz normalne raspodjele matematičkog očekivanja  $\bar{T}_a$  i standardne devijacije  $\sigma_T$ , kojim se određuje prosječna godišnja temperatura za posmatranu godinu. Veličina  $N_2$  je drugi slučajni broj iz normalne raspodjele, nezavisan od broja  $N_1$ , pomoću kojeg se određuje amplituda trenda dnevne temperature. Parametri raspodjele iz koje se izvlači broj  $N_2$  su  $A_c$  kao matematičko očekivanje i  $\sigma_T$  kao standardna devijacija. Promjenljivom  $A_{n,i}$  varira se amplituda trenda tako što tokom vedrih dana uzima vrijednost  $A_c$ , a tokom oblačnih dana vrijednost  $A_o$ . Parametrom  $\psi$  podešava se „fazni stav” sinusoide, odnosno određuje se dan u godini kada se javlja maksimum trenda temperature.

Korišćenjem pomoćne promjenljive  $\bar{T}_{i,trend}$  računa se prosječna dnevna temperatura za svaki dan u godini. To se radi pomoću autoregresivnog modela prvog reda (AR(1)) prikazanog sljedećim izrazom:

$$\bar{T}_i = \bar{T}_{i,trend} + \phi(\bar{T}_{i-1} - \bar{T}_{i-1,trend}) + N_3(0, \sigma_m), \quad 0 \leq \phi < 1. \quad (3.40)$$

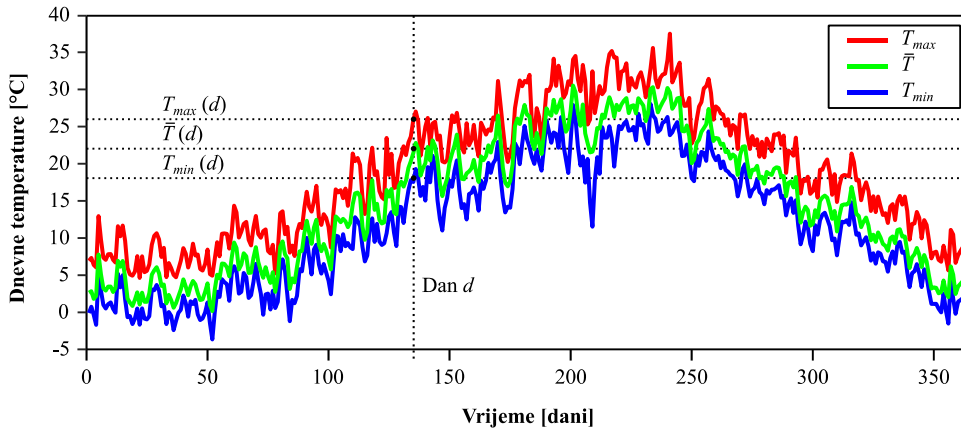
U navedenom izrazu  $\phi$  je autoregresivni koeficijent, a broj  $N_3$  je slučajni broj izvučen iz normalne raspodjele, kod koje je matematičko očekivanje jednako nuli, a standardna devijacija jednaka  $\sigma_m$ . Slučajni broj  $N_3$  se izvlači posebno za svaki novi dan, dok se brojevi  $N_1$  i  $N_2$  izvlače jednom za simuliranu godinu.

Dnevni hod temperature, kao razlika između dnevne maksimalne i minimalne temperature, takođe se posmatra kao slučajna promjenljiva, ali sa log-normalnom raspodjelom. Uz tu pretpostavku, maksimalna i minimalna dnevna temperatura se generišu tako što se prosječnoj dnevnoj temperaturi doda/oduzme slučajna vrijednost izvučena iz log-normalne raspodjele, prema sljedećim relacijama:

$$T_{\max,i} = \bar{T}_i + e^{N_4(\mu_f, \sigma_{f,n})} \quad \text{i} \quad T_{\min,i} = \bar{T}_i - e^{N_4(\mu_f, \sigma_{f,n})}. \quad (3.41)$$

Vrijednosti  $\mu_f$  i  $\sigma_{f,n}$  su srednja vrijednost i standardna devijacija prirodnog logaritma fluktuacije dnevne temperature kao slučajne promjenljive. Slučajni broj  $N_4(\mu_f, \sigma_{f,n})$  se izvlači posebno za svaki dan.

Na slici 3.10 prikazan je primjer generisanih vremenskih serija dnevnih vrijednosti temperature za jednu godinu, posebno za prosječnu vrijednost (zeleno), maksimalnu vrijednost (crveno) i minimalnu vrijednost (plavo).



**SLIKA 3.10**

Podaci za jednu test godinu kao rezultat simulacije metodom De Roja

Generisane vremenske serije minimalne, maksimalne i prosječne dnevne temperature, mogu se iskoristiti za interpolaciju temperature na časovnom nivou, što je predstavljeno u radu Ećela (*Eccel*) [48].

Slika 3.11 prikazuje kako se za proizvoljni dan u godini rednog broja  $d$  izvršava interpolacija, pomoću četiri povezana segmenta označena slovima od A do D.

Oblici koji su odabrani za opisivanje pojedinih segmenata su kako slijedi:

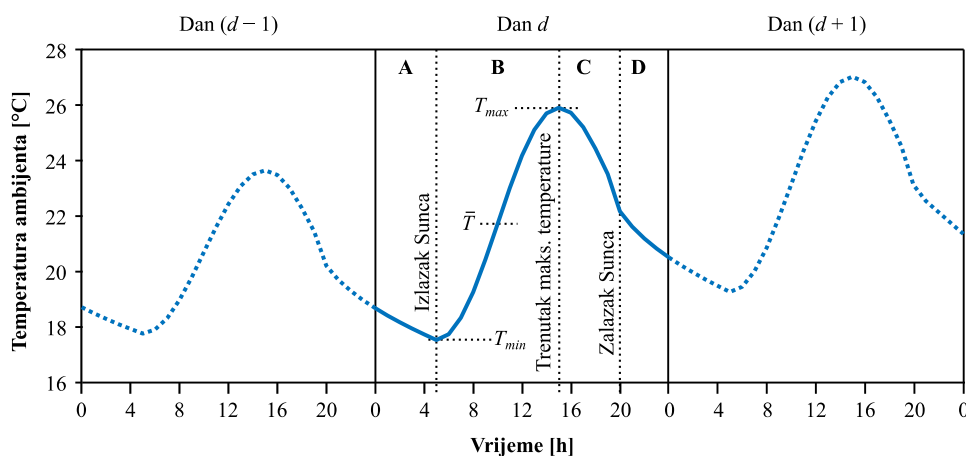
- Segment A (interval od ponoći od izlaska Sunca) se modeluje parabolom tako da temperatura pada sa ponoćne vrijednosti na vrijednost dnevnog minimuma.
- Segment B (interval od izlaska Sunca do najtoplijeg časa u danu) se modeluje sinusoidom tipa I.
- Segment C (interval od najtoplijeg časa u danu do zalaska Sunca) se modeluje sinusoidom tipa II.
- Segment D (interval od zalaska Sunca do ponoći) se modeluje parabolom sa identičnom formulacijom kao što je usvojeno za segment A.

Matematička formulacija navedenih segmenata opisana je relacijama u nastavku.

Segment A:

$$T(h) = T_{s-1} + \Delta_T (h + 24 - H_s)^2, \quad 0 \leq h \leq H_{\min}. \quad (3.42)$$





SLIKA 3.11

Časovne vrijednosti interpoliranih temperatura za tri uzastopna dana

Segment B:

$$T(h) = T_{\min} + \frac{T_{\max} - T_{\min}}{2} \left[ 1 + \sin \left( \frac{\pi(h - H_{\min})}{H_{\max} - H_{\min}} - \frac{\pi}{2} \right) \right], H_{\min} \leq h \leq H_{\max} \quad (3.43)$$

Segment C:

$$T(h) = T_s + (T_{\max} - T_s) \cdot \sin \left\{ \frac{\pi}{2} \left[ 1 + \frac{h - H_{\max}}{H_s - H_{\max}} \right] \right\}, H_{\max} \leq h \leq H_s \quad (3.44)$$

Segment D:

$$T(h) = T_s + \Delta_I (h - H_s)^z, H_s \leq h \leq 23, \quad (3.45)$$

gdje su pomoćne promjenljive definisane kao:

$$T_s = T_{\max} - c(T_{\max} - T_{\min+1}), \quad (3.46)$$

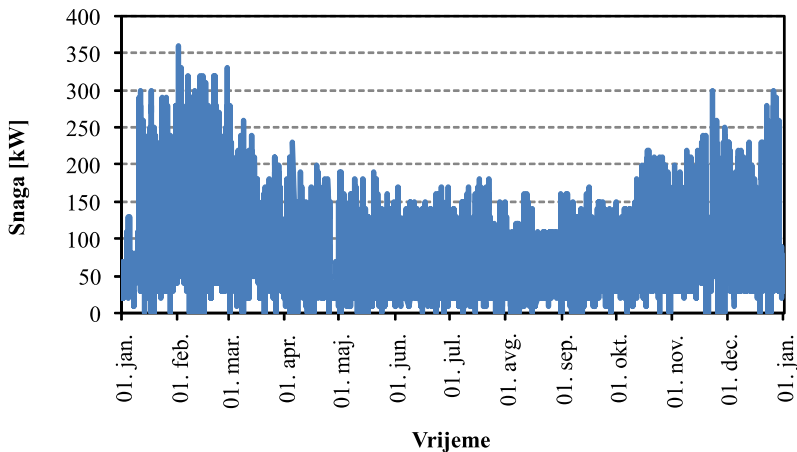
$$\Delta_I = \frac{T_{\min} - T_{s-1}}{(H_{\min} + 24 - H_s)^z}, \quad (3.47)$$

$$\Delta_{II} = \frac{T_{\min+1} - T_s}{(H_{\min} + 24 - H_s)^z}, \quad (3.48)$$

pri čemu su:  $H_{max}$ ,  $H_{min}$  i  $H_s$  časovi u danu kada se javlja maksimalna i minimalna temperatura, te zalazak Sunca, respektivno,  $T_{max}$ ,  $T_{min}$  i  $T_s$  su vrijednosti maksimalne i minimalne dnevne temperature, te temperature u času kada zalazi Sunce. Kada je u indeksu dodata oznaka „-1” to znači da se vrijednost odnosi na prethodni dan, a kada je dodato „+1” vrijednost se odnosi na naredni dan. Sa  $c$  i  $z$  su označeni parametri. Za parametar  $z$  uzima se vrijednost 0,5 ukoliko je noć vedra, a vrijednost 1 ukoliko je oblačna. O tome da li je noć vedra ili oblačna, možemo da odlučimo ispitujući da li je indeks vedrine  $k_v$  veći ili manji od granične vrijednosti. Preporučena vrijednost parametra  $c$  je 0,39, što je određeno na osnovu mjerenja na test lokacijama [48].

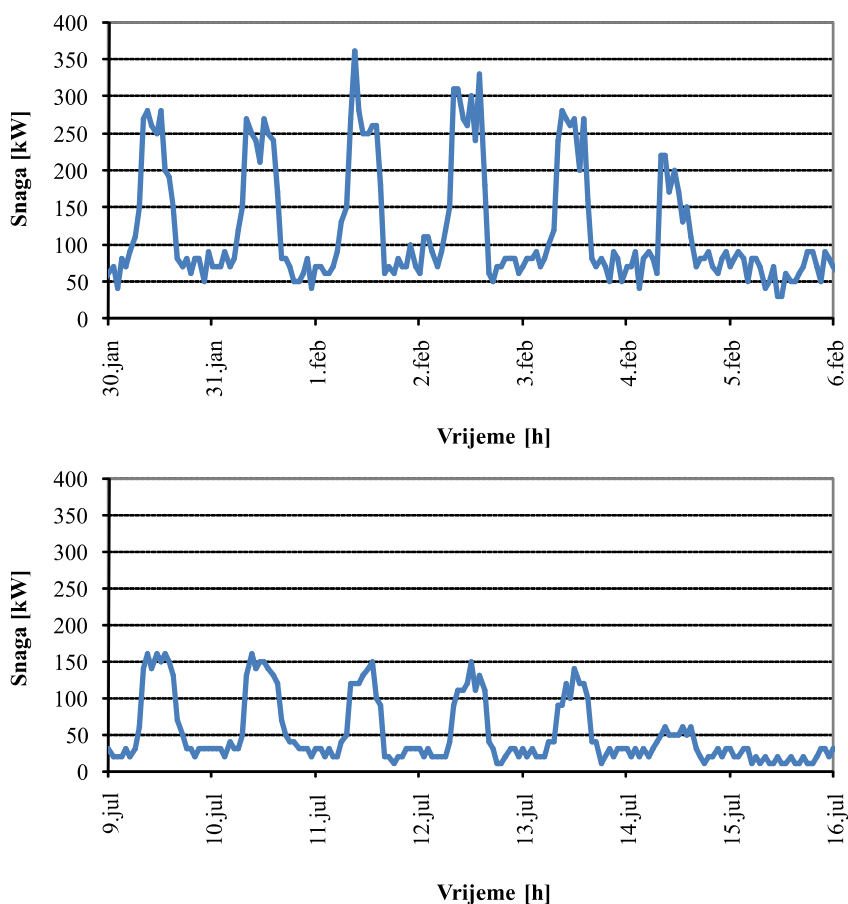
### 3.4 Snaga potrošnje

U vremenskim serijama snage potrošnje uočavaju se varijacije na dnevnom, sedmičnom i sezonskom nivou, stoga realizacija modela za Monte Karlo simulacije nije jednostavan zadatak. Radi ilustracije, na slikama 3.12 i 3.13 prikazani su godišnji i sedmični dijagrami potrošnje jednog industrijskog potrošača.



**SLIKA 3.12**

Snaga potrošnje jednog industrijskog potrošača mjerena godinu dana

**SLIKA 3.13**

Časovne vrijednosti snage potrošnje industrijskog potrošača za jednu zimsku i za jednu ljetnu sedmicu

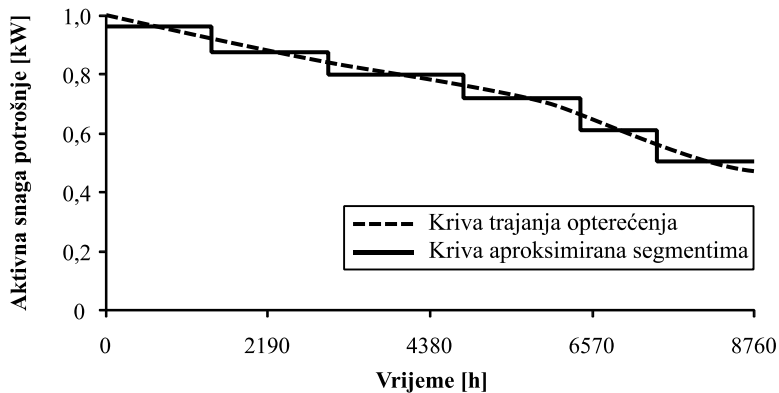
Za modelovanje vremenskih serija snage potrošnje razvijani su nesekvencijalni i sekvencijalni modeli.

### 3.4.1 Primjer nesekvencijalnog modela

U nastavku predstavljamo jedan način za generisanje slučajnih vrijednosti snage potrošnje u nesekvencijalnim Monte Karlo simulacijama, koji je upotrijebljen u radu [22].

Istorijski podaci o snazi potrošnje sortiraju se u opadajućem redoslijedu i na taj način se formira godišnji uređeni dijagram potrošnje (ili tzv. kriva trajanja opte-

rećenja). Primjenom neke od metoda za klasterovanje (npr. metode K-sredina [49]) podaci se grupišu u konačni broj grupa ( $N_g$ ). Na slici 3.14 je prikazan primjer, kako je jedan uređeni dijagram potrošnje podijeljen na sedam grupa. Svaka od grupa  $i$  ( $i \in \{1, 2, \dots, 7\}$ ) okarakterisana je odgovarajućom vjerovatnoćom pojave  $p_i$ , matematičkim očekivanjem snage potrošnje  $P_i$  (srednjom vrijednošću) i standardnom devijacijom  $\sigma_i$ .



**SLIKA 3.14**

Godišnji uređeni dijagram potrošnje i njegova podjela na segmente (klustere)

Primjenom nesekvencijalne Monte Karlo simulacije slučajna vrijednost snage potrošnje određuje se procedurom u dva koraka. U prvom koraku se izvlači slučajni broj iz uniformne raspodjele  $U(0,1)$  i na osnovu njegove vrijednosti bira se klaster kome pripada snaga potrošnje. U drugom koraku se za odabrani klaster  $i$  određuje vrijednost snage potrošnje, prema formuli:

$$P = P_i + \sigma_i \cdot N(0,1). \quad (3.49)$$

### 3.4.2 Primjer sekvencijalnog modela

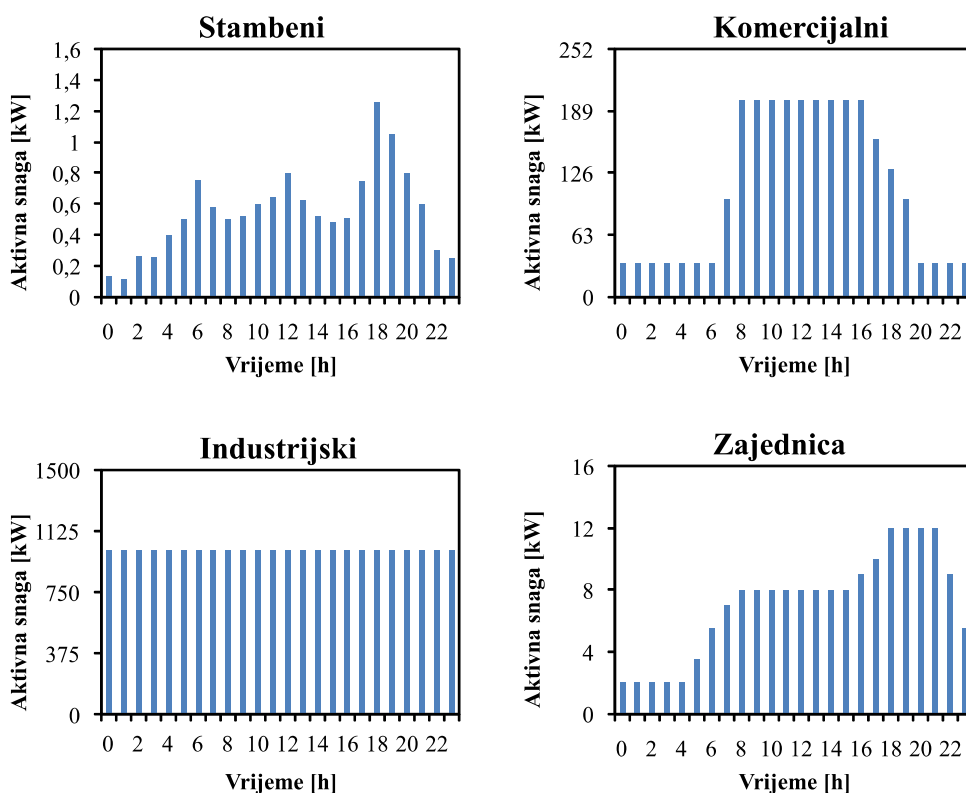
Kao primjer sekvencijalnog modela biće prikazan algoritam za generisanje vještačkih vremenskih serija potrošnje koji je ugrađen u programski paket za planiranje obnovljivih izvora energije – HOMER [50]. Ima dosta razloga za korišćenje ovakvog modela, a jedan od njih je i istraživanje prikazano u radu [51], gdje su dati reprezentativni profili snage potrošnje, sa dijagramima prosječne vrijednosti i standardne devijacije, posebno za stambene, komercijalne i industrijske potrošače. Navedeni algoritam je realizovan u multiplikativnoj formi i u njemu su uvažene varijacije na sezonskom, dnevnom i časovnom nivou. Model ignoriše

varijacije na sedmičnom nivou, ali bi se, primjenom analogije, mogao proširiti tako da uvažava i razlike u potrošnji tokom pojedinih dana u sedmici. Vrijednost snage potrošnje u času  $h$ , određuje se pomoću sljedećeg izraza:

$$P(h) = P_{\max} \cdot k_s(h) \cdot k_d(h) \cdot \alpha(h), \quad (3.50)$$

a značenje pojedinih promjenljivih tumačimo u nastavku.

Osnovu za modelovanje predstavlja očekivani dnevni profil potrošnje. Dnevni profil potrošnje matematički je opisan maksimalnom dnevnom vrijednošću potrošnje  $P_{\max}$  i nizom od 24 koeficijenta  $k_d(h)$  iz intervala  $[0,1]$ , pomoću kojih se modeluje u kojoj mjeri je potrošnja u času  $h$  manja (ili jednaka) u odnosu na maksimalnu dnevnu potrošnju. Nekoliko tipičnih oblika dnevnog profila potrošnje koje HOMER nudi svojim korisnicima za izbor prikazani su na slici 3.15.



**SLIKA 3.15**

Tipični dnevni profili potrošnje koji su ponuđeni u programskom paketu HOMER

Naravno, moguće je i promijeniti podrazumijevane vrijednosti, te ih prilagoditi traženom profilu koji je određen mjerenjima kod stvarnog korisnika. Sezonske varijacije se, po potrebi, mogu uvažiti tako što se vrijednosti iz dnevnog dijagrama pomnože sezonskim koeficijentom  $k_s(h)$ . Programski paket HOMER nudi mogućnost da se za svaki mjesec u toku godine specificira zasebna vrijednost koeficijenta  $k_s$ . Postoje i pristupi po kojima se koeficijent  $k_s$  interpolira sinusoidom sa periodom od jedne godine, s tim da se može podesiti kada nastupa maksimum te sinusoide. Kod potrošača kod kojih dominira električno grijanje, maksimum sezonskog koeficijenta potrošnje javlja se tokom zime (npr. u januaru), dok se kod potrošača kod kojih dominira klimatizacija javlja tokom ljeta (npr. u julu).

Na kraju, model sadrži i stohastičku komponentu, koja je realizovana množenjem sa slučajno izvučenim koeficijentom  $\alpha$ . Ovaj stohastički koeficijent određuje se pomoću sljedećeg izraza [52]:

$$\alpha = 1 + \delta_d + \delta_h, \quad (3.51)$$

gdje sa  $\delta_d$  označena perturbacija na dnevnom nivou, a sa  $\delta_h$  perturbacija na časovnom nivou.

Dnevna vrijednost perturbacije  $\delta_d$  se u HOMER-u nasumično izvlači posebno za svaki dan  $d$ , iz normalne raspodjele sa srednjom vrijednošću jednakoj nuli i standardnom devijacijom jednakoj dnevnoj varijabilnosti, koju unosi korisnik tokom podešavanja parametara modela. Časovna vrijednost perturbacije  $\delta_h$  se izvlači posebno za svaki čas  $h$ , iz normalne raspodjele sa srednjom vrijednošću jednakoj nuli i standardnom devijacijom jednakoj časovnoj varijabilnosti, koju takođe unosi korisnik.

### 3.5 Pouzdanost elemenata EES

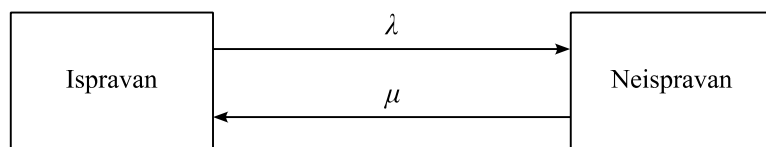
Pouzdanost se definiše kao vjerovatnoća ispravnog rada sistema ili nekog od njegovih elemenata, u definisanom vremenskom periodu [53]. Prema ovoj definiciji, pouzdanost ima stohastičku prirodu i, poput prethodno navedenih pojava, opisuje se stohastičkim modelima. Modeli za opisivanje pouzdanosti najčešće se koriste u okviru zadataka za određivanje pokazatelja pouzdanosti sistema, kao što su npr. srednji broj prekida napajanja potrošača u toku godine (SAIFI) ili kumulativno vrijeme trajanja prekida napajanja jednog potrošača u toku godine (SAIDI). Uticaj pojave otkaza takođe može biti uvažen i u drugim tipovima zadataka, kod kojih procjena pouzdanosti sistema ne predstavlja primarni cilj, ali gdje kvarovi na elementima sistema imaju primjetan efekat na konačno rješenje postavljenog problema.

Stohastički modeli za opisivanje pouzdanosti pojedinih elemenata sistema sistematično su predstavljeni u poznatim knjigama [49],[54]. Fokus se tipično postavlja na modelovanje pouzdanosti generatora, transformatora, nadzemnih vodova, kablova, prigušnica i kondenzatora.

U najjednostavnijem slučaju, element sistema se opisuje modelom sa dva moguća stanja (0 – „neispravan” ili 1 – „ispravan”), kao što je to predstavljeno slikom 3.16. Između parametara ovog modela postoje sljedeće veze:

$$U = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} = \frac{MTTR}{MTTF + MTTR} = \frac{f \cdot MTTR}{8760}, \quad (3.52)$$

gdje je  $U$  neraspoloživost elementa,  $\lambda$  intenzitet otkaza,  $\mu$  intenzitet popravke,  $MTTF$  prosječno vrijeme do otkaza ( $MTTF = 1/\lambda$ ),  $MTTR$  prosječno vrijeme do popravke ( $MTTR = 1/\mu$ ), a  $f$  prosječan broj otkaza u toku jedne godine.

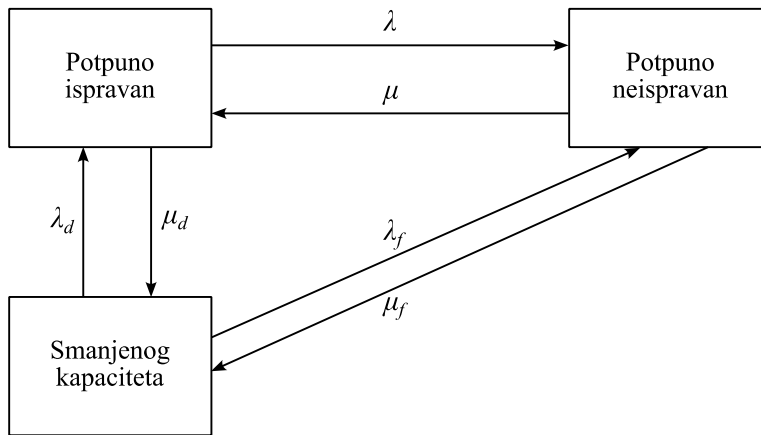


**SLIKA 3.16**

Model elementa sistema sa dva moguća stanja

Kod pojedinih elemenata, mogu biti upotrijebljeni modeli sa više mogućih stanja, u namjeri da se uvažavaju neki specifični efekti. Primjera radi, kod generatora se često koristi model sa tri stanja, prikazan na slici 3.17. Dodatnim, trećim stanjem, modeluje se mogućnost da se generator u nekim periodima nalazi u režimu smanjenog kapaciteta, što utiče na performanse elektroenergetskog sistema kao cjeline. Vjerovatnoće prelaska generatora u stanje smanjenog kapaciteta iz stanja „potpuno ispravan” ili stanja „potpuno neispravan” predstavljene su odgovarajućim intenzitetima, obilježanim pomoću indeksa  $d$  i  $f$ . Takođe je poznat i model nadzemnog voda sa četiri stanja, pomoću koga se uvažava da intenzitet otkaza i popravke nije isti u dobrim i nepovoljnim meteorološkim uslovima [54].

Navedena logika modelovanja pouzdanosti elemenata sistema, može biti primijenjena u okviru Monte Karlo simulacija, bilo nesekvencijalnog, bilo sekvencijalnog tipa.



SLIKA 3.17

Model pouzdanosti generatora sa tri moguća stanja

### 3.5.1 Primjer nesekvencijalnog modela

Zamislamo da uvažavamo pouzdanost nekoliko generatora u sistemu, označenih indeksima  $i = \{1, 2, \dots, N_G\}$ . Svaki od generatora ima indikator stanja u kome se nalazi, a prema modelu sa slike 3.17 moguća su tri stanja: 0 – „potpuno neispravan”, 1 – „potpuno ispravan” i 2 – „smanjenog kapaciteta”. U okviru iteracije nesekvencijalne Monte Karlo simulacije za svaki od generatora izvlači se slučajni broj  $R_i$  iz uniformne raspodjele  $U(0,1)$  i na osnovu njega se određuje u kom stanju se nalazi element  $i$ , prema sljedećim pravilima:

$$I_i = \begin{cases} 0 & \text{za } PP_i < R_i \leq PP_i + PF_i \\ 1 & \text{za } R_i > PP_i + PF_i \\ 2 & \text{za } R_i \leq PP_i \end{cases}, \quad (3.53)$$

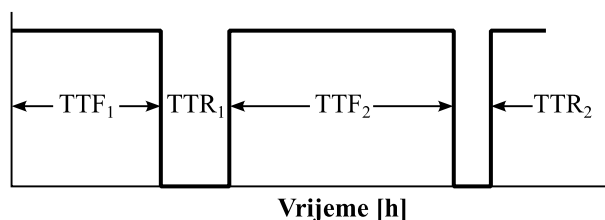
gdje su sa  $PF_i$  i  $PP_i$  označene vjerovatnoće da se element  $i$  nalazi u stanju kvara odnosno u stanju smanjenog kapaciteta, respektivno. Da smo posmatrali sistem sa dva stanja koji je prikazan slikom 3.16, stanje smanjenog kapaciteta se izostavlja, pa je potrebno definisati samo  $PF_i$ , a  $PP_i$  postaje nula.

### 3.5.2 Primjer sekvencijalnog modela

Primjena sekvencijalnog modela u okviru Monte Karlo simulacije podrazumijeva sljedeće korake:



1. Na početku simulacije smatra se da su svi elementi sistema ispravni;
2. Određuju se slučajni brojevi koji definišu vrijeme koje će svaki od razmatranih elemenata sistema provesti u aktuelnom stanju. Za svaku moguću promjenu stanja potrebno je prethodno definisati raspodjelu vjerovatnoće iz koje se određuje vrijeme do promjene stanja. Tako se, na primjer, može odabrati da vrijeme do otkaza nekog elementa (eng. *time to failure* – TTF) ima eksponencijalnu, a vrijeme do popravke (eng. *time to repair* – TTR) Weibulovu raspodjelu. Način na koji se određuju slučajne vrijednosti vremena do otkaza i vremena do popravke opisan je u sekcijama 2.7.2 i 2.7.3, te ilustrovan programskim kodom 2.2 i 2.4.



3. Korak broj 2 se ponavlja za sve razmatrane elemente u sistemu. Za cijeli period simulacije (koji mora biti dugotrajan, radi ostvarivanja konvergencije rezultata), formiraju se hronološki dijagrami koji prikazuju promjene stanja kroz koje prolazi svaki od elemenata sistema.
4. Određuje se sekvencijalna promjena stanja kroz koja prolazi cjelokupni sistem, kao posljedica otkaza i popravljavanja pojedinačnih elemenata. Za svako stanje se simulira ponašanje sistema i određuju vrijednosti promjenljivih traženih u postavci zadatka.

### 3.5.3 Model za uvažavanje neravnomjerne pojave kvarova u vremenu

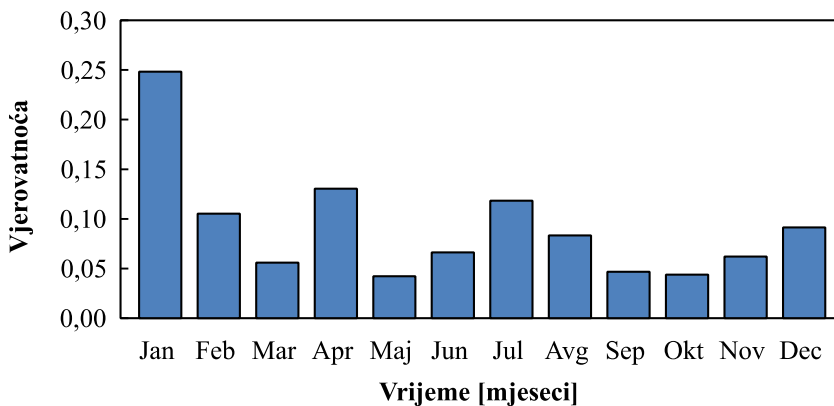
U ovoj sekciji će biti predstavljen jedan koristan alternativni pristup za generisanje trenutaka kvara i popravke, koji je opisan u radu [55]. Osnovna ideja ovog pristupa je da se koriste uočeni obrasci pojave otkaza, koji su oblikovani svim tipovima kvarova, bilo da su uzrokovani meteorološkim prilikama, bilo greškama tehničke ili ljudske prirode. Obrasci pojave otkaza uključeni su u statistiku kvarova elemenata, a organizovani su i opisani kroz tri tipična perioda: dan (24 časa), sedmica (sedam dana) i godina (12 mjeseci). Uslovne vjerovatnoće za nastanak otkaza u određenom mjesecu, danu i času izvlače se iz ove baze podataka. Na osnovu ovih vjerovatnoća, može se izvršiti izvlačenje trenutka nastanka kvara, pri čemu se i dalje vodi računa o konkretnom satu, danu i mjesecu. Tako, meteorološki model nije potreban, jer je uticaj lošeg vremena na intenzitet otkaza ugrađen u uslovne vjerovatnoće, zajedno sa drugim uzrocima otkaza.

Uslovna vjerovatnoća da se kvar dešava tokom određenog mjeseca  $m$  predstavljena je sljedećim izrazom:

$$q_{\lambda}(m) = \frac{\lambda_m}{\lambda_{avg}}, \quad (3.54)$$

gdje je  $\lambda_m$  prosječan broj kvarova u toku mjeseca  $m$ , a  $\lambda_{avg}$  prosječan broj kvarova u toku godine. Analogni profili se takođe definišu i za dan u sedmici  $q_{\lambda}(d) = \lambda_d / \lambda_{avg}$  i za čas u danu  $q_{\lambda}(h) = \lambda_h / \lambda_{avg}$ .

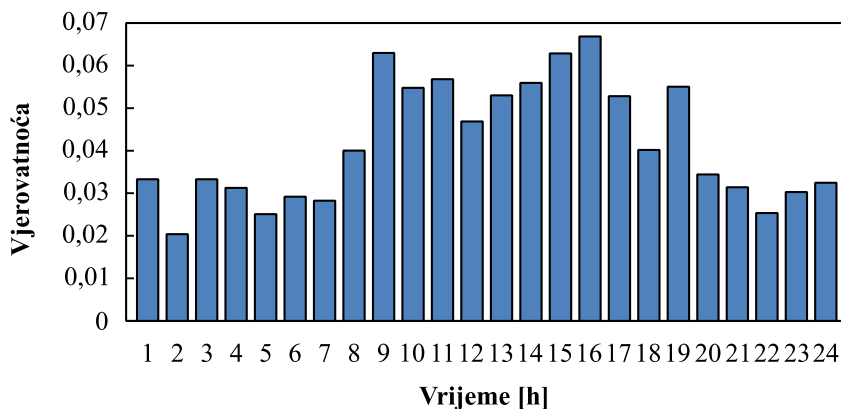
Primjer raspodjele vjerovatnoće pojave kvara po mjesecima, koji je registrovan u prenosnoj mreži Norveške, prikazan je na slici 3.18. Kvarovi su očigledno frekventniji tokom zimskih mjeseci, kada je eksploatacija nadzemnih vodova otežana, zbog nakupljanja leda na provodnicima. Sredina ljeta je, takođe, kritičan period, zbog pojave ljetnih oluja, koje u Norveškoj nisu baš česte, ali povremeno mogu da dovedu do prekida napajanja u prenosnoj mreži, pogotovo u južnim krajevima zemlje.



**SLIKA 3.18**

Učestanost pojave kvara po mjesecima u prenosnoj mreži Norveške [55]

Po istoj logici, na slici 3.19 prikazana je raspodjela vjerovatnoće pojave kvara u pojedinim časovima tokom dana. Prema ovom dijagramu, kvarovi se češće javljaju tokom radnog vremena (9–17 h), nego u preostalom dijelu dana, što može biti uzrokovano većim opterećenjem sistema i većim ljudskim uticajem.



SLIKA 3.19

Učestanost pojave kvara tokom dana u prenosnoj mreži Norveške [55]

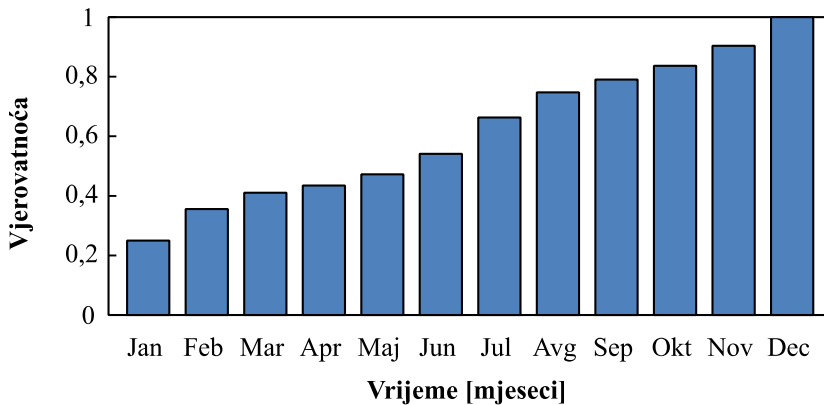
Uvažavanjem distribucije pojave kvara po sva tri kriterijuma, određuje se vjerovatnoća da se kvar dešava tokom konkretnog mjeseca  $m$ , dana u sedmici  $d$  i časa u danu  $h$ :

$$q_{\lambda}(m, d, h) = q_{\lambda}(m) \cdot q_{\lambda}(d) \cdot q_{\lambda}(h) = \frac{\lambda_m}{\lambda_{avg}} \frac{\lambda_d}{\lambda_{avg}} \frac{\lambda_h}{\lambda_{avg}}. \quad (3.55)$$

Primjena navedenog modela u okviru Monte Karlo simulacije obavila bi se kroz sljedeće korake:

1. Prvo se određuje broj kvarova u toku simulacione godine, što se radi izvlačenjem slučajnog nenegativnog cijelog broja iz Puasonove raspodjele. Za parametar  $\lambda$  Puasonove raspodjele uzima se prosječan godišnji broj kvarova  $\lambda_{avg}$ .
2. Za svaki simulirani kvar određuje se mjesec ( $m$ ), dan u sedmici ( $d$ ) i čas u danu ( $h$ ), kada se kvar dešava. Vremena nastanka kvarova se određuju nasumičnim izvlačenjem iz vremenskih profila za vjerovatnoću kvarova. Mjesec, dan u sedmici i čas u danu se izvlače nezavisno i nasumično, za svaki kvar, iz diskretnih raspodjela vjerovatnoće formiranih prema vjerovatnoćama u jednačini (3.55). Primjer kumulativne raspodjele vjerovatnoće kvarova u različitim mjesecima za prenosnu mrežu Norveške prikazan je na slici 3.20. Za svaki kvar se izvlači slučajni broj iz uniformne raspodjele i metodom inverzne transformacije se određuje na koji mjesec iz kumulativne funkcije raspodjele navedeni broj pokazuje. Analognim načinom se određuje dan u sedmici i čas u danu, kada se dešava razmatrani kvar.

3. Za svaki simulirani kvar određuje se njegovo trajanje. Ovo se radi izvlačenjem slučajne vrijednosti iz odgovarajuće raspodjele vjerovatnoće kao što su eksponencijalna, Vejbulova ili log-normalna.
4. Ispituju se posljedice na sistem, koje bi izazvao simulirani kvar. Određuju se vrijednosti potrebnih promjenljivih kao što su broj korisnika koji je ostao bez napajanja, isključena snaga potrošnje i troškovi usljed neisporučene energije.
5. Procedura se ponavlja za sve kvarove u toku simulirane godine. Simulira se veliki broj godina. Određuju se vrijednosti traženih pokazatelja pouzdanosti, njihovi histogrami, prosječne vrijednosti itd.



**SLIKA 3.20**

Kumulativna funkcija raspodjele vjerovatnoće pojave kvara po mjesecima [55]

### 3.6 Osvrt na još neke stohastičke promjenljive

Pored prikazanih, postoje još mnoge druge veličine koje se koriste u elektroenergetici, a koje imaju stohastičku prirodu. To su, na primjer, kretanje cijena energenata na tržištu (električne energije, nafte, prirodnog gasa, uranijuma itd.), promjenljive vezane za planiranje i eksploataciju električnih vozila, te riječni protok važan za planiranje i eksploataciju hidroelektrana.

#### 3.6.1 Cijene energenata na tržištu

U planerskim zadacima u elektroenergetici, cijene energenata na tržištu mogu se modelovati kao slučajne promjenljive zbog njihove neprestane fluktuacije i zavisnosti od brojnih faktora kao što su ponuda i potražnja, geopolitički događaji, sezonske varijacije i ekonomski uslovi. Takođe, troškovi proizvodnje električne energije iz različitih izvora (npr. fosilna goriva, obnovljivi izvori) mogu se

modelovati kao slučajne promjenljive kako bi se bolje predvidjele buduće cijene i rizici u investicijama. Ove informacije su veoma važne za donošenje odluka o dugoročnim ugovorima, tarifnim planovima i strategijama za ublažavanje rizika.

### **3.6.2 Planiranje i eksploatacija električnih vozila**

U planiranju i eksploataciji električnih vozila, nekoliko ključnih veličina može se modelovati kao slučajne promjenljive. To uključuje potrošnju energije po kilometru, koja zavisi od faktora kao što su stil vožnje, težina vozila i uslovi na putu. Takođe, dostupnost stanica za punjenje i vrijeme čekanja na punjenje su promjenljive koje zavise od trenutnog opterećenja mreže i broja vozila na putu. Cijena električne energije za punjenje vozila, koja može varirati u zavisnosti od doba dana i opterećenja mreže, takođe se može modelovati kao slučajna promjenljiva. Ove informacije pomažu u optimizaciji ruta, predikciji troškova i poboljšanju efikasnosti mreže stanica za punjenje. Kada se razmatra problem punjenja vozila u kućnim uslovima, vrijeme dolaska kući, stanje napunjenosti baterije u trenutku dolaska i cijena električne energije mogu se posmatrati kao slučajne promjenljive.

### **3.6.3 Riječni protok**

Modelovanje riječnog protoka je veoma važno za efikasno planiranje i eksploataciju hidroelektrana. Riječni protok predstavlja stohastičku veličinu koja zavisi od različitih faktora kao što su padavine, otapanje snijega, isparavanje, transpiracija biljaka i korišćenje zemljišta u slivu. Za detaljno modelovanje ovih pojava, može se iskoristiti Monte Karlo simulacija koja omogućava generisanje velikog broja scenarija protoka na osnovu statističkih karakteristika istorijskih podataka. Vještački generisani podaci o riječnom protoku koriste se u rješavanju problema kao što su strateško planiranje, procjena rizika i optimizacija proizvodnje elektrana. Strateško planiranje podrazumijeva dugoročno planiranje izgradnje novih hidroenergetskih kapaciteta i održavanje postojećih postrojenja. Procjena rizika se odnosi na identifikaciju perioda niskih i visokih protoka, što je presudno za upravljanje akumulacijama i sprečavanje poplava. Optimizacija proizvodnje podrazumijeva traženje najboljih načina rada elektrane uzimajući u obzir sezonske varijacije i dugoročne klimatske promjene.



# 4

## ILUSTRATIVNI PROBLEMI

U ovom poglavlju biće ilustrovana primjena Monte Karlo metode na nekoliko karakterističnih problema iz oblasti elektroenergetike.

### 4.1 Testiranje algoritama relejne zaštite

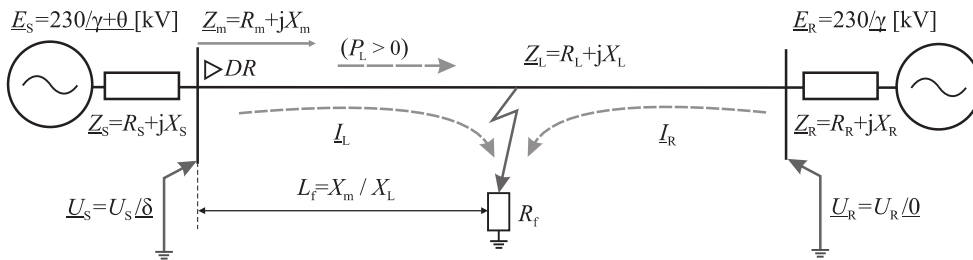
Osnovni zadaci uređaja relejne zaštite su brzo detektovanje kvara i izolovanje elementa pogođenog kvarom od ostatka elektroenergetskog sistema [56]. Za razliku od prvobitnih elektromehaničkih i analognih elektronskih releja, savremeni releji su realizovani u digitalnoj tehnologiji. Digitalni releji se sastoje od hardverskog i softverskog dijela. Hardverski dio je obično nezavisan od vrste releja i primarno se svodi na digitalni procesor, te elemente za filtriranje, odabiranje i A/D konverziju ulaznih signala. Konkretnu funkcionalnost digitalnog releja određuje softverski dio, odnosno programski kôd koji ima zadatak da na osnovu vrijednosti ulaznih veličina detektuje kvar i donese odluku o reagovanju i isključenju šticeenog elementa. Softverski algoritmi relejne zaštite se kontinuirano razvijaju i vodi se neprekidna tržišna „utakmica” između različitih proizvođača, po pitanju čiji će zaštitni uređaj imati bolje performanse. Iz ovog razloga, dobro bi bilo imati test platformu u okviru koje će se svi razvijeni algoritmi testirati pod istim uslovima, uz napomenu da ti uslovi treba da odgovaraju situacijama iz realnog elektroenergetskog sistema.

Algoritmi se obično testiraju na najnepovoljnijim scenarijima, što se radi u cilju utvrđivanja uslova pod kojima algoritam ne bi pravilno reagovao. Ovakvi testovi su neophodni imajući u vidu ekonomsku štetu koja bi nastala u slučaju isključenja važnog elementa elektroenergetskog sistema. Međutim, ovakav pristup nije dovoljan za sveobuhvatno poređenje različitih algoritama, čak i ako su svi prošli navedene testove. Svako poređenje zasnovano na test slučajevima koje bira autor algoritma je na neki način subjektivno i nije dovoljno za procjenu sigurnosti, pouzdanosti i prosječnog vremena reagovanja releja. Kako bi se izbjegao subjektivni izbor parametara test simulacije, u radu [57] predložen je probabilistički pristup, gdje se učestanost pojave određenih stanja u mreži uzima u

obzir korišćenjem gustine vjerovatnoće najvažnijih promjenljivih, mjerenih u stvarnom elektroenergetskom sistemu. Sigurnost, pouzdanost i vrijeme isključenja releja procjenjuju se pomoću Monte Karlo simulacije sa više hiljada kvarova, a na osnovu dobijenih rezultata obavlja se poređenje različitih algoritama. Predloženi model testiranja može se prilagoditi bilo kojoj prenosnoj mreži, ukoliko su dostupni odgovarajući ulazni podaci.

#### 4.1.1 Postavka problema

U ovom primjeru fokusiraćemo se na testiranje algoritama distantne zaštite nadzemnih vodova visokog napona. Na slici 4.1 prikazana je jednopolna šema jednog takvog dalekovoda, nominalnog napona 230 kV, koji spaja dva aktivna dijela elektroenergetskog sistema.

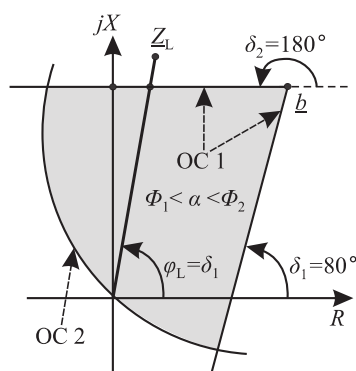


**SLIKA 4.1**

Jednopolna šema posmatranog dijela elektroenergetskog sistema

Distantni relej (DR), čije se performanse testiraju, postavljen je na početku dalekovoda (eng. *sending end* – *S*). Karakteristiku reagovanja distantnog releja zgodno je prikazati u kompleksnoj R–X ravni. Distantni releji reaguju kada se mjerena impedansa nalazi unutar karakteristike reagovanja. Poligonalna karakteristika reagovanja, koja predstavlja jednu od mogućih vrsta karakteristika distantnog releja, prikazana je na slici 4.2.





SLIKA 4.2

Poligonalna karakteristika reagovanja releja prikazana u R–X ravni

Umjesto da se računa impedansa i provjerava da li se ona nalazi unutar definisane oblasti reagovanja, distantni releji kvar lakše detektuju poređenjem faznih stavova pomoćnih signala  $\underline{V}_1$  i  $\underline{V}_2$  definisanih kao:

$$\underline{V}_1 = k_1 \underline{U}_r + k_2 \underline{I}_r, \quad (4.1)$$

$$\underline{V}_2 = k_3 \underline{U}_r + k_4 \underline{I}_r. \quad (4.2)$$

Fazori  $\underline{U}_r$  i  $\underline{I}_r$  se formiraju od faznih napona i struja, u zavisnosti od tipa kvara, i obrasci za njihovo formiranje su sistematično prikazani u tabeli 4.1.

TABELA 4.1

Ulazne veličine distantnog releja

Tip kvara	$\underline{U}_r$	$\underline{I}_r$
a–g	$\underline{U}_a$	$\underline{I}_a + k_0 \underline{I}_0$
b–g	$\underline{U}_b$	$\underline{I}_b + k_0 \underline{I}_0$
c–g	$\underline{U}_c$	$\underline{I}_c + k_0 \underline{I}_0$
a–b	$\underline{U}_a - \underline{U}_b$	$\underline{I}_a - \underline{I}_b$
b–c	$\underline{U}_b - \underline{U}_c$	$\underline{I}_b - \underline{I}_c$
c–a	$\underline{U}_c - \underline{U}_a$	$\underline{I}_c - \underline{I}_a$

a, b, c – faze; g – zemlja;  $k_0$  – koeficijent zemljospoja.

Kvar se detektuje ako se fazna razlika između signala  $\underline{V}_1$  i  $\underline{V}_2$ , koju označavamo sa  $\alpha$ , nalazi između zadatih granica:

$$\Phi_1 \leq \alpha \leq \Phi_2. \quad (4.3)$$

Granični uglovi  $\Phi_1$  i  $\Phi_2$ , te koeficijenti  $\underline{k}_1$  do  $\underline{k}_4$ , predstavljaju parametre releja kojima se određuje oblik njegove karakteristike reagovanja. U klasičnom pristupu, u releju se kontinuirano izračunavaju fazori  $\underline{U}_r$ ,  $\underline{L}_r$ ,  $\underline{V}_1$  i  $\underline{V}_2$  i ispituje da li se ugao  $\alpha$  nalazi unutar zadatih granica. U radu [58] je pokazano da se isti rezultat jednostavnije može postići metodom fazne komparacije u vremenskom domenu. Signali se porede na nivou odbiraka, bez određivanja fazora, čime se značajno smanjuje broj potrebnih računskih operacija.

Poligonalna karakteristika reagovanja releja, koja je označena sa OC1 na slici 4.2, može se opisati pomoću sljedećih matematičkih izraza:

$$\underline{V}_1 = \underline{k}_1 \underline{U}_r + \underline{k}_2 \underline{L}_r = k_1 e^{-i\beta 1} \underline{U}_r + k_2 e^{-i\beta 2} \underline{L}_r, \quad (4.4)$$

$$\underline{V}_2 = \underline{k}_3 \underline{U}_r + \underline{k}_4 \underline{L}_r = k_4 e^{-i\beta 4} \underline{L}_r. \quad (4.5)$$

Impedansa voda je predstavljena pomoću duži koja od koordinatnog početka vodi ka tački  $\underline{Z}_L$ , a njen fazni stav obilježen je sa  $\varphi_L$ . Parametrom  $\underline{b}$  podešava se doseg reagovanja releja, a uz to, uobičajeno se bira da vrijedi  $\delta_2 = 180^\circ$  i  $\delta_1 = \varphi_L$ . Karakteristika reagovanja sa slike 4.2 može se ostvariti ukoliko između pet nepoznatih parametara  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$ ,  $\underline{k}_1$ ,  $\underline{k}_2$  i  $\underline{k}_4$  postoje sljedeće veze:

$$\underline{k}_2 = -\underline{b} \cdot \underline{k}_1, \quad (4.6)$$

$$\Phi_1 = \delta_2 + \beta 1 - \beta 4, \quad (4.7)$$

$$\Phi_2 = \delta_1 + \beta 1 - \beta 4 + 180^\circ. \quad (4.8)$$

Ovo znači da imamo slobodu da odaberemo vrijednosti dva parametra, dok su preostala tri određena jednačinama (4.6) do (4.8). Važno je napomenuti da kod releja sa faznom komparacijom realizovanom u vremenskom domenu, brzina reagovanja zavisi od izbora vrijednosti parametara, što je pokazano u radu [57]. U navedenom radu su predloženi parametri za tri varijante poligonalnih karakteristika reagovanja koje su nazvane POL1, POL2 i POL3, pa su testirane i upoređene

performanse releja koji bi koristili ovakva podešavanja. Vrijednosti odabranih parametara algoritama POL1–POL3 sistematično su prikazani u tabeli 4.2. Radi poređenja sa predloženim algoritmima, paralelno je testiran i klasični algoritam baziran na diskretnoj Furijeovoj transformaciji punog ciklusa, realizovan u fazorskom domenu, koji je obilježen sa POL<sub>DFT</sub>.

**TABELA 4.2**

Vrijednosti parametara algoritama POL1–POL3

Parametar	POL1	POL2	POL3
$\underline{k}_1$	$-(1/b) / -45^\circ$	$-(1/b) / -45^\circ$	-1
$\underline{k}_2$	1	1	$-b / -135^\circ$
$\underline{k}_4$	1	$1 / -55^\circ$	$1 / -10^\circ$
$\Phi_1$	$-45^\circ$	$+10^\circ$	$+10^\circ$
$\Phi_2$	$+35^\circ$	$+90^\circ$	$+90^\circ$

Testiranjem se određuju sljedeće performanse algoritama: pouzdanost, sigurnost i vrijeme reagovanja.

*Pouzdanost detektovanja kvara* (eng. *dependability*) se definiše na sljedeći način:

$$\text{Pouzdanost} = \left( 1 - \frac{\text{Broj nereagovanja na kvarove u I zoni}}{\text{Broj kvarova u I zoni}} \right) \cdot 100\%. \quad (4.9)$$

*Sigurnost detektovanja kvara* (eng. *security*) se definiše na sljedeći način:

$$\text{Sigurnost} = \left( 1 - \frac{\text{Broj reagovanja na kvarove van štice zone}}{\text{Broj kvarova van štice zone}} \right) \cdot 100\%. \quad (4.10)$$

#### 4.1.2 Primjena Monte Karlo simulacije

Postavljeni problem riješen je nesekvencijalnom Monte Karlo simulacijom. Izvlačenjem slučajnih vrijednosti ulaznih promjenljivih iz odgovarajućih raspodjela vjerovatnoće generisano je 10 000 scenarija. Među generisanim kvarovima 85% je jednopolnih kratkih spojeva, a 15% je ostalih. Za svaki od generisanih scenarija testirano je ponašanje algoritama POL1–POL3 i POL<sub>DFT</sub>, odnosno određeni su njihovi indeksi performansi: pouzdanost, sigurnost i vrijeme reagovanja.

Prepoznato je da na performanse releja primarno utiče pet promjenljivih:

1.  $R_f$  – otpornost kvara (otpornost lûka na mjestu kvara);
2.  $L_f = X_m/X_L$  – mjesto kvara, izraženo kao odnos reaktanse voda od releja do mjesta kvara ( $X_m$ ) prema ukupnoj reaktansi voda ( $X_L$ );
3.  $\gamma$  – fazni stav napona pri kome se dešava kvar i od koga zavisi vrijednost opadajuće jednosmjerne komponente struje kvara;
4.  $\theta$  – ugao kojim se određuje fazna razlika napona na krajevima štíćenog voda, koja utiče na lokaciju kvara koja se vidi na mjestu ugradnje releja;
5.  $SIR = Z_S/Z_L$  – (eng. *source to impedance ratio*) odnos impedanse napojne mreže ( $Z_S$ ) i impedanse štíćenog voda ( $Z_L$ ). Smatra se da je veličina SIR ista za direktni i inverzni redosljed simetrije, dok se za nulti redosljed koristi SIR0 kao odnos  $Z_{S0}$  prema  $Z_{L0}$ .

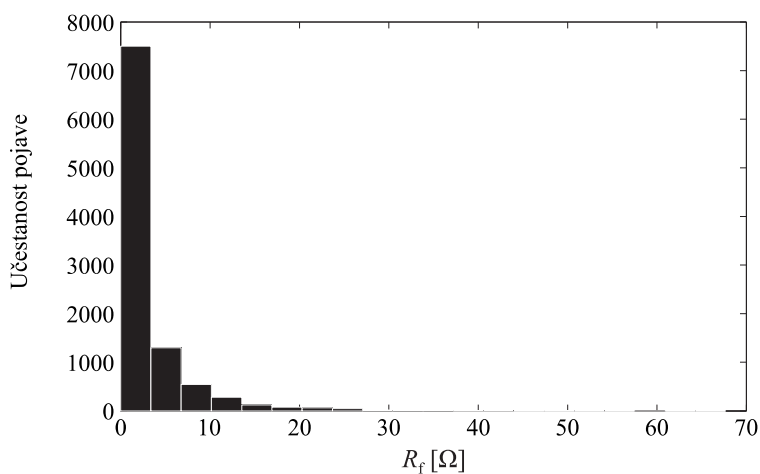
Za svaku od navedenih promjenljivih određena je funkcija raspodjele vjerovatnoće. Za prve tri promjenljive ( $R_f$ ,  $L_f$  i  $\gamma$ ) funkcije raspodjele vjerovatnoće određene su na osnovu analize 120 kvarova, koji su se dogodili u realnom elektroenergetskom sistemu. Funkcije raspodjele su određene metodom interpolacije histograma realno zabilježenih podataka sa nekom od poznatih funkcija gustine vjerovatnoće.

Fazni stav napona pri kome se dešava kvar ( $\gamma$ ) najbolje se opisuje uniformnom raspodjelom vjerovatnoće. To je i logično budući da nema fizičkog razloga zbog kojeg bi se neki fazni stavovi pojavljivali češće od ostalih. Sličnim rezonom zaključujemo da je i za modelovanje mjesta kvara ( $L_f$ ) primjerena uniformna raspodjela.

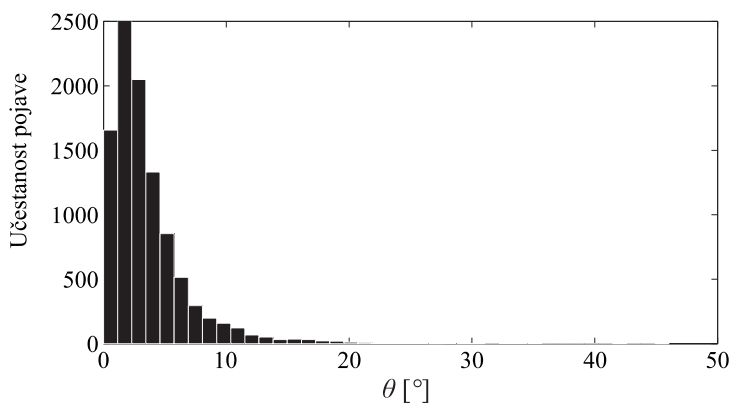
Na osnovu raspoloživih 120 zapisa realnih kvarova, ispostavlja se da se mjerena otpornost kvara  $R_m$  (tj. zbirna otpornost impedanse kvara  $R_f$  i impedanse voda do kvara  $R_{L_f}$ ) najbolje opisuje Weibulovom funkcijom raspodjele vjerovatnoće, koja je opisana relacijom (2.28). Parametri Weibulove funkcije koji se su određeni takvom interpolacijom na realnim podacima iznose  $k = 0,619476$  i  $c = 1,94941$ . Transformacijom prikazanom u radu [57] na osnovu impedanse  $R_m$  koju „vidi” relej određuje se otpornost samog kvara  $R_f$ . Histogram formiran od 10 000 vrijednosti otpornosti kvara  $R_f$  generisanih za potrebe Monte Karlo simulacije prikazan je na slici 4.3.

Da bi se odredila funkcija raspodjele fazne razlike napona na krajevima štíćenog voda ( $\theta$ ) upotrijebljeni su rezultati 50 000 mjerenja obavljenih na stvarnim dalekovodima naponskih nivoa 110, 220 i 400 kilovolti. Budući da se mjereni podaci nisu mogli dobro uklopiti u nijednu poznatu funkciju raspodjele vjerovatnoće, izvlačenje slučajnih vrijednosti ugla  $\theta$  tokom Monte Karlo simulacije obavljeno

je pomoću empirijske kumulativne funkcije raspodjele (ECDF). Histogram formiran od 10 000 generisanih vrijednosti ugla  $\theta$  prikazan je na slici 4.4.

**SLIKA 4.3**

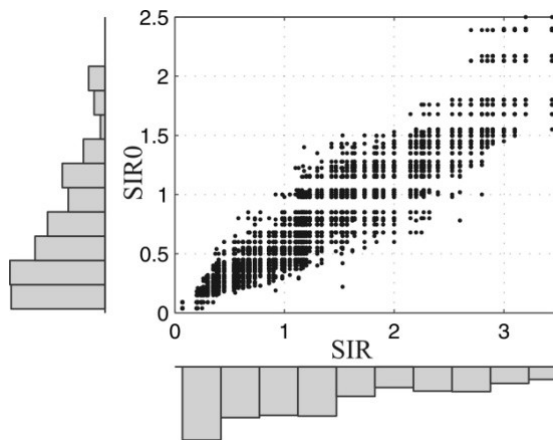
Histogram 10 000 vrijednosti otpornosti kvara  $R_f$  generisanih tokom Monte Karlo simulacije

**SLIKA 4.4**

Histogram 10 000 vrijednosti ugla  $\theta$  generisanih tokom Monte Karlo simulacije

Za određivanje funkcija raspodjele za veličine SIR i SIR0, takođe je iskorišćeno 120 realnih kvarova zapisanih u relejima u zemljama regiona. Impedanse voda su u tom slučaju poznate, dok se impedanse izvora određuju posredno, na osnovu zabilježene struje kvara. U izračunatim vrijednostima uočava se korelacija

između vrijednosti SIR i SIR0, što je i logično, jer postoji određena proporcija između direktnih i nultih impedansi kod elemenata EES, naročito kod vodova. Na osnovu ove činjenice zaključuje se da se slučajne vrijednosti promjenljivih SIR i SIR0 tokom Monte Karlo simulacije ne mogu generisati nezavisno, nego da je potrebno uvažiti njihovu korelaciju. Ovo je riješeno tako što se slučajne vrijednosti dobijaju korišćenjem Gausovih kopula funkcija sa dvije promjenljive. Primjer histograma generisanih 10 000 koreliranih parova promjenljivih SIR i SIR0 prikazan je na slici 4.5.



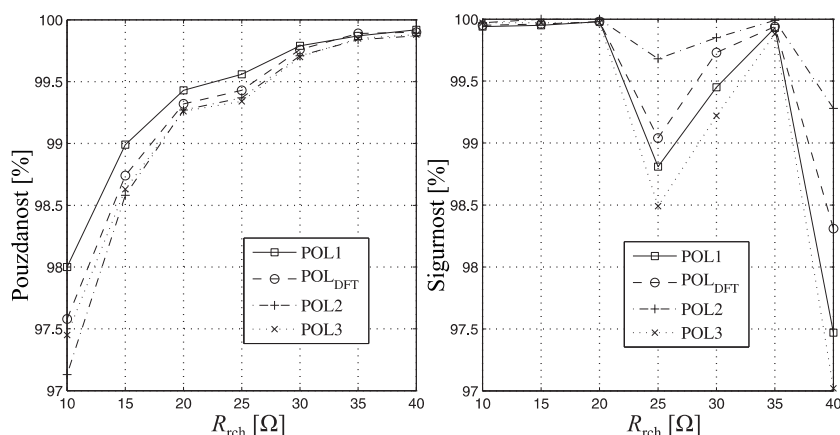
**SLIKA 4.5**

Histogram 10 000 vrijednosti SIR i SIR0

### 4.1.3 Osnovni rezultati

Na bazi Monte Karlo simulacije sa 10 000 generisanih slučajnih kvarova dobijaju se osnovni pokazatelji performansi četiri testirana algoritma distantnih releja. U simulacijama je podešeno da zona reagovanja releja iznosi 85% od dužine dalekovoda, dok je doseg po realnoj osi  $R_{rch}$  variran u opsegu od 10 do 40  $\Omega$ .

Pouzdanost i sigurnost reagovanja releja su određeni korišćenjem formula (4.9) i (4.10), a rezultati su prikazani na dijagramima sa slike 4.6. Primjećujemo da sa povećanjem dosega  $R_{rch}$  pouzdanost reagovanja raste, a sigurnost opada. Algoritmi POL1–POL3 imaju iste ili nešto bolje karakteristike u odnosu na referentni algoritam POL<sub>DFT</sub>.



SLIKA 4.6

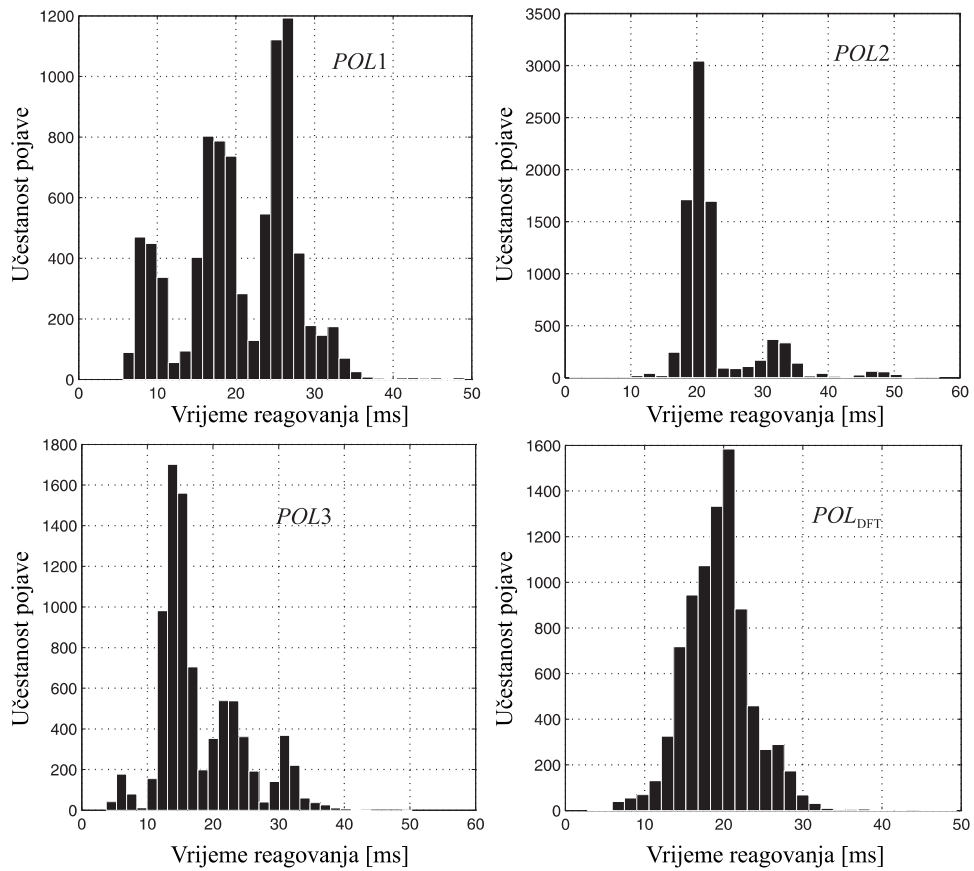
Pouzdanost i sigurnost reagovanja releja na osnovu 10 000 simulacija

Histogrami vremena reagovanja za četiri posmatrana algoritma prikazani su na slici 4.7, dok su osnovni pokazatelji u numeričkoj formi sakupljeni u tabeli 4.3. Primjećuje se da najkraće prosječno vrijeme reagovanja ima algoritam POL3, dok se najmanja standardna devijacija javlja kod klasičnog algoritma POL<sub>DFT</sub>. Raspodjela vremena reagovanja kod POL<sub>DFT</sub> algoritma je unimodalna, a kod POL1 algoritma se uočavaju tri praktično odvojene oblasti u kojima se koncentrišu vremena reagovanja releja. S tim u vezi javlja se i značajna razlika da se pomoću POL1 algoritma 12,9% kvarova otklanja u prvih 10 ms, dok se za isto vrijeme kod POL<sub>DFT</sub> algoritma otklanja svega 1,8% kvarova. Kada se ispituje reagovanje releja u intervalu od prvih 20 ms, najbolje rezultate postiže algoritam POL3, kojim se u traženom vremenu registruje 68,1% kvarova.

TABELA 4.3

Podaci o vremenu otklanjanja kvarova na osnovu 10 000 simulacija

Vrijeme reagovanja	POL1	POL2	POL3	POL <sub>DFT</sub>
Prosječno vrijeme [ms]	20,52	22,73	17,93	19,28
Standardna devijacija [ms]	6,95	6,04	6,45	4,33
Kvarovi otklonjeni za manje od 10 ms	12,9%	0%	3,7%	1,8%
Kvarovi otklonjeni za manje od 20 ms	50,5%	36,5%	68,1%	59,2%



**SLIKA 4.7**

Vrijeme reagovanja releja na osnovu 10 000 simulacija



## 4.2 Određivanje pokazatelja pouzdanosti distributivnih mreža

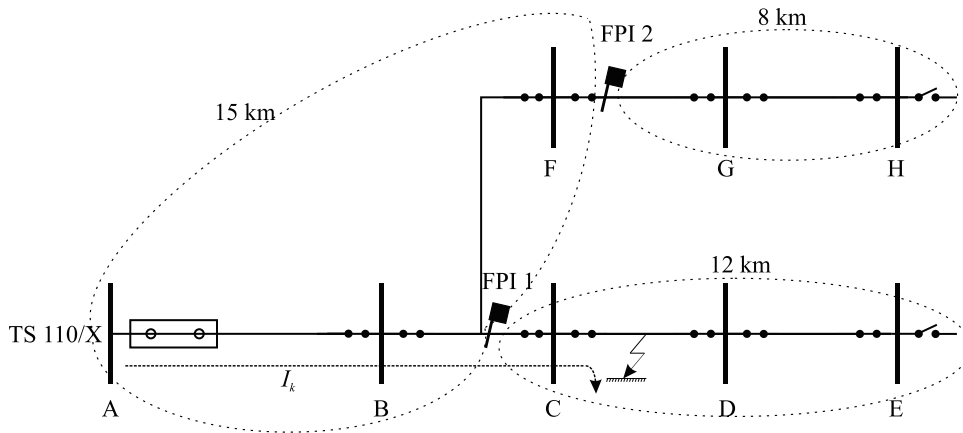
Kratki spojevi u distributivnim mrežama su neminovni, jer se javljaju kao posljedica vremenskih prilika, ljudskih grešaka, starenja opreme, dodira provodnika nadzemnih vodova sa granama drveća itd. S druge strane, kriterijumi pouzdanosti koji se nameću distributivnim mrežama stalno se pooštavaju [59]. U mnogim zemljama postoji regulativa prema kojoj se daju podsticaji ukoliko operator distributivnog sistema (DSO) održava zadovoljavajući nivo pouzdanosti i naplaćuju kazne ukoliko je pouzdanost ispod traženog minimuma [60]-[62].

Jedan od efikasnijih načina za poboljšanje pokazatelja pouzdanosti je ubrzanje procesa pronalaženja mjesta kvara [63]. Među mnogim metodama za ubrzanje procesa pronalaženja mjesta kvara, primjena lokatora kvarova (eng. *fault locators* – FL) i indikatora prolaska struje kvara (eng. *fault passage indicators* – FPI) se izdvajaju kao metode pomoću kojih se sa malim ulaganjima mogu postići značajna poboljšanja.

Lokatorima kvarova procjenjuje se rastojanje do mjesta kvara na osnovu izračunate impedanse voda, pružajući ekipi za popravku korisne informacije za brže lociranje kvara [64]. Pošto su naponi i struje, mjereni tokom kvara, već dostupni u zaštitnim relejima, impedansa voda u kvaru može se odrediti pomoću programskog koda koji bi se naknadno dodao u relej. Zbog toga se FL algoritmi široko primjenjuju kao dodatna karakteristika zaštitnih releja, koju nude mnogi proizvođači. Njihova implementacija je generalno jeftina, a ponekad je čak i besplatna. Glavni nedostatak FL algoritama je što impedansa voda u kvaru ne zavisi samo od udaljenosti do mjesta kvara (dužine voda), već i od tipa kvara (impedanse samog kvara), poprečnog presjeka voda i konfiguracije mreže [64]. FL algoritmi su tačniji za kvarove u blizini početka voda i/ili za niskoomske kvarove. Međutim, njihova tačnost značajno opada u slučajevima udaljenih kvarova i kvarova sa visokom impedansom, na primjer, za zemljospojeve pri kraju fidera. Još jedan nedostatak FL algoritama je to što ne mogu jednoznačno odrediti neispravnu granu u mrežama koje sadrže poprečne grane.

Indikator prolaska struje kvara određuju oblast mreže u kojoj je došlo do kvara praćenjem promjene struje kroz dio fidera na kome su instalirani [65]-[67]. Uređaj se aktivira magnetnim poljem izazvanim strujom u provodniku kada dođe do kratkog spoja [68]. Kvar se nalazi u oblasti između posljednjeg FPI uređaja koji je reagovao i prvog sljedećeg koji nije reagovao. Generalno, ako je broj instaliranih FPI uređaja u distributivnoj mreži  $N$ , mreža se dijeli na  $N+1$  segmenata, pri čemu je vrijeme potrebno za lociranje kvara u jednom segment uvijek kraće od vremena potrebnog za pretragu cijele mreže [69]. Slika 4.8 prikazuje ilustraciju u kojoj je korišćenjem dva FPI uređaja mreža podijeljena na tri segmenta, čime se oblast

pretraživanja smanjuje, a vrijeme otklanjanja kvara skraćuje. Potencijal za poboljšanje pouzdanosti je stoga veći kako se broj FPI povećava, ali optimalni broj i položaj uređaja treba odrediti postizanjem najboljeg odnosa između troškova instalacije i poboljšanja pouzdanosti [70].



**SLIKA 4.8**

Upotreba dva FPI uređaja dijeli mrežu na tri segmenta za lokalizaciju kvara

U nastavku sekcije se prikazuje metoda bazirana na Monte Karlo simulaciji pomoću koje se određuju i porede pokazatelji pouzdanosti mreže u prisustvu uređaja za ubrzanje pronalazjenja mjesta kvara (FL i FPI).

#### 4.2.1 Postavka problema

Zadatak je da se odredi nivo pozitivnog uticaja pojedinih tehnologija za otkrivanje mjesta kvara koji je izražen kroz poboljšanje pokazatelja pouzdanosti [71]. Najpoznatije pokazatelje pouzdanosti obilježavamo engleskim akronimima SAIFI, SAIDI i ENS.

Prosječan broj prekida napajanja potrošača (eng. *System Average Interruption Frequency Index* – SAIFI) određuje se primjenom relacije:

$$SAIFI = \frac{\sum_i f_i N_i}{N}, \quad (4.11)$$

gdje je:  $f_i$  učestanost pojave kvara  $i$  u toku jedne godine,  $N_i$  broj potrošača koji su isključeni kod kvara  $i$ , a  $N$  ukupan broj potrošača u posmatranoj mreži. Uređaji za

lokalizaciju kvara ne utiču na broj potrošača koji će biti isključeni tokom kvara, tako da se ne očekuje da će instalacija ovih uređaja dovesti do poboljšanja pokazatelja pouzdanosti SAIFI.

Prosječno vrijeme trajanja prekida napajanja jednog potrošača (eng. *System Average Interruption Duration Index* – SAIDI) određuje se primjenom relacije:

$$SAIDI = \frac{\sum_i D_i N_i}{N}, \quad (4.12)$$

gdje je  $D_i$  zbirno vrijeme trajanja prekida napajanja potrošača kod kvara  $i$  u toku jedne godine.

Neisporučena energija (eng. *Energy Not Supplied* – ENS) određuje se primjenom relacije:

$$ENS = \sum_i D_i P_i, \quad (4.13)$$

gdje je  $P_i$  očekivana snaga potrošača u periodu trajanja isključenja zbog kvara  $i$ .

Vrijeme trajanja prekida napajanja  $D_i$  kod određenog kvara  $i$  se može razložiti na dva dijela: dio vremena koji se odnosi na nalaženje kvara i dio koji se odnosi na otklanjanje kvara. Postojanjem lokatora kvarova i indikatora prolaska struje kvara u mreži smanjuje se vrijeme nalaženja kvara, a time i vrijeme trajanja prekida napajanja. Prema tome, FL i FPI uređaji pozitivno utiču na pokazatelje pouzdanosti SAIDI i ENS.

Pokazatelji pouzdanosti se ispituju za tri scenarija:

- (1) Primjena samo uređaja za lociranje kvara (FL);
- (2) Primjena samo indikatora prolaska struje kvara (FPI);
- (3) Kombinovana primjena obje tehnologije (FL + FPI).

Stohastička priroda problema je očigledna. Mnoge ulazne veličine su nezvjesne i ponašaju se u skladu sa zakonima vjerovatnoće. Pojava kvarova u mreži, uključujući njihov tip, lokaciju, impedansu i vrijeme popravke, predstavljaju stohastičke ulazne promjenljive. Očitavanje koje obezbjeđuje FL uređaj je, takođe, stohastički ulaz pošto preciznost algoritma za lociranje varira u zavisnosti od karakteristika kvara i topologije mreže. FPI uređaji se mogu smatrati apsolutno tačnim indikatorima, ali vrijeme potrebno za preciznu lokalizaciju kvara ipak ostaje stohastička promjenljiva. Da bi se uzeli u obzir svi uticajni faktori, potrebno je primijeniti sveobuhvatnu metodologiju procjene, kao i simulacioni pristup zasnovan na principu teorije vjerovatnoće.

### 4.2.2 Primjena Monte Karlo simulacije

Za rješavanje postavljenog zadatka odabrana je nesekvencijalna Monte Karlo simulacija. Izbor nesekvencijalnog pristupa je obavljen na bazi pretpostavke da je pojava kvarova međusobno nezavisna, te da ponašanje sistema ne zavisi od prethodnih događaja. Po usvojenom principu, generišu se slučajni kvarovi iz skupa mogućih kvarova, sa uvažavanjem vjerovatnoće njihove pojave. Budući da se smatra da kvarovi ne utiču jedan na drugi, reakcija sistema na odabrane kvarove može se simulirati po bilo kojem redoslijedu.

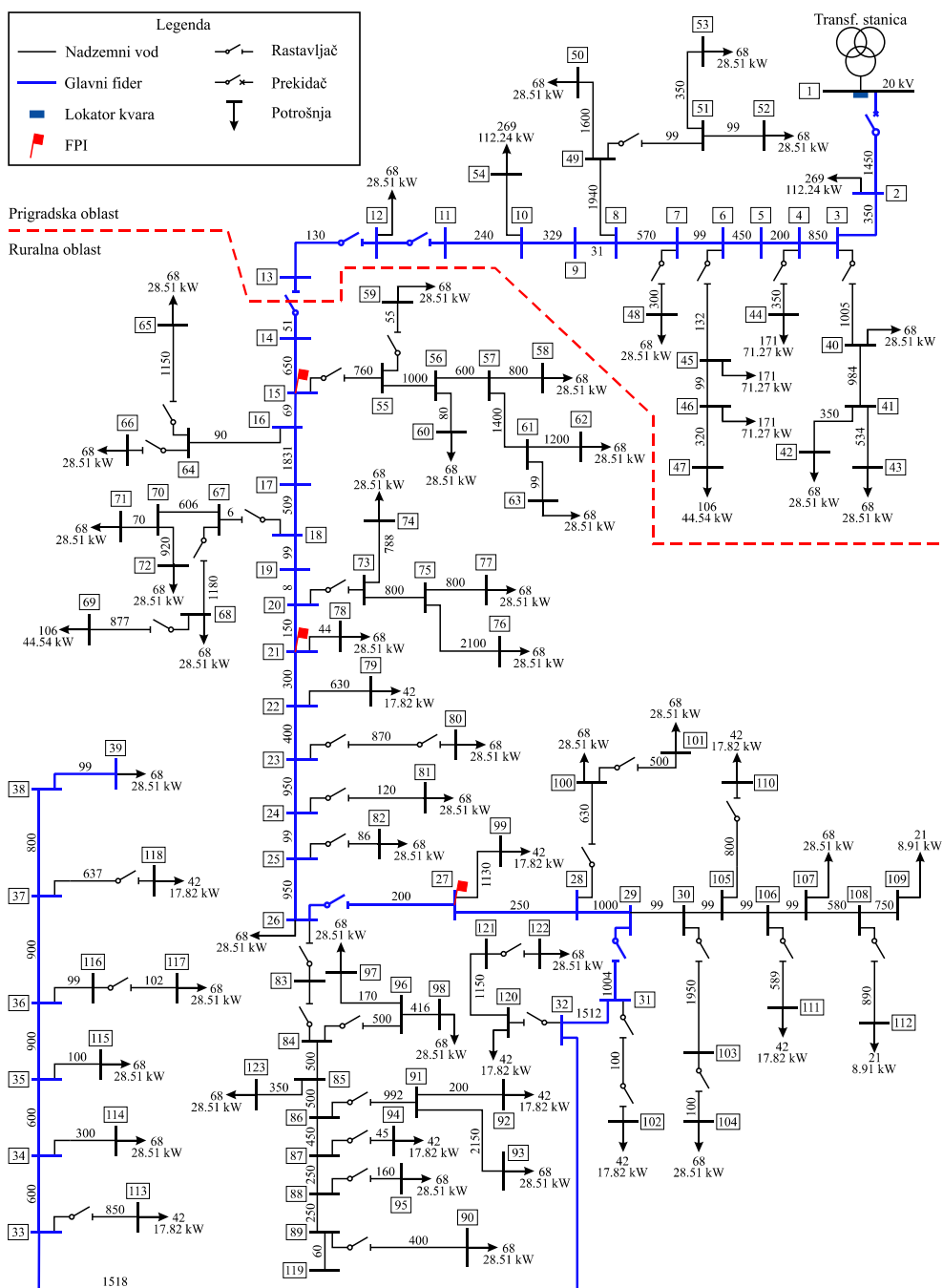
Osnovni koraci predloženog algoritma simulacije su navedeni u sljedećoj proceduri:

1. Priprema ulaznih podataka kao što su topologija distributivne mreže, učestalost kvarova, snaga potrošnje pojedinih čvorova, broj godina u simulaciji itd.
2. Generisanje skupa slučajnih kvarova za svaku simuliranu godinu, uz uvažavanje njihove uslovne raspodjele vjerovatnoće u smislu časa, dana u nedjelji i mjesecu kada se javljaju, kao i njihove varijacije od godine do godine.
3. Generisanje snage potrošnje pojedinih čvorova u trenucima kvarova, koji su potrebne za izračunavanje neisporučene energije.
4. Simulacija odluka koje donose algoritmi za lociranje kvara (FL), na koje utiču i njihove performanse i karakteristike greške.
5. Proračun vremena koje je potrebno ekipi za popravku da pronađe kvar (pri čemu se uzima u obzir podrška koju pružaju indikatori prolaska struje kvara (FPI) u brzem nalaženju mjesta kvara).
6. Određivanje indeksa pouzdanosti kao što su indeks prosječnog trajanja prekida napajanja u sistemu (SAIDI) i neisporučena energija (ENS).
7. Predstavljanje rezultata i izvođenje zaključaka.

#### Priprema ulaznih podataka

Ulazni podaci uključuju informacije o (1) broju sabirnica, (2) broju, dužini i intenzitetu otkaza vodova, (3) broju i snazi potrošača, te (4) lokacijama riklozera, rastavljača, osigurača i indikatora prolaska struje kvara.

Na slici 4.9 prikazana je šema distributivne mreže na kojoj je primijenjena navedena simulaciona metoda. Riječ je o realnoj distributivnoj mreži, naponskog nivoa 20 kV, iz okoline Grada Banja Luka. U mrežu su ugrađena tri indikatora prolaska struje kvara (FPI). Na šemi se takođe uočavaju i ostali važni elementi, kao što su vodovi, potrošači i sklopna oprema. Pored svakog voda prikazana je njegova dužina u metrima, a pored svakog potrošača snaga potrošnje u kilovat-časovima. Dodatni detalji o mreži mogu se pronaći u radu [71].



SLIKA 4.9

Jednopolna šema test mreže

### Generisanje skupa slučajnih kvarova

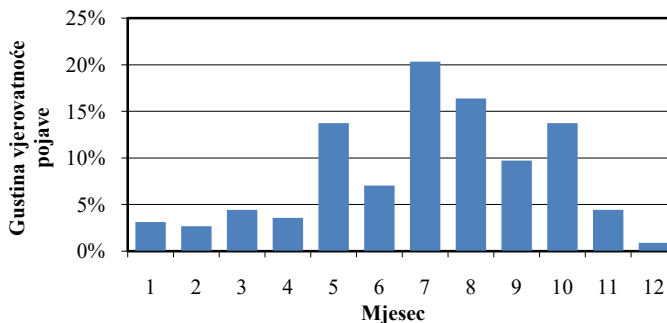
Generisanje skupa kvarova obavlja se prema proceduri opisanoj u sekciji 3.5.3.

#### 1) Broj kvarova u test godini

Kao prvi korak procedure određuje se broj kvarova u test godini. Ovo se obavlja izvlačenjem slučajnog broja iz Puasonove raspodjele vjerovatnoće.

#### 2) Određivanje trenutka kvara

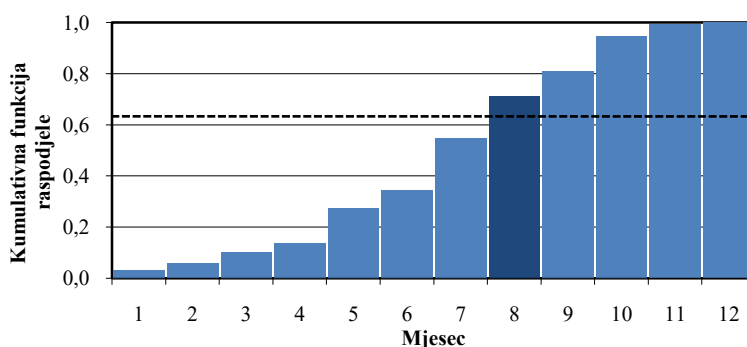
Za svaki generisani kvar, određuje se trenutak njegove pojave, u smislu da se naznači mjesec, dan u nedjelji i čas u danu, kada se dešava kvar. Ova procedura biće ilustrovana na primjeru određivanja mjeseca u kojem se dešava kvar. Slika 4.10 prikazuje raspodjelu vjerovatnoće pojave kvara po mjesecima, koja je zabilježena u realnoj mreži, u distributivnom preduzeću „Elektrokrajina”. Primjećuje se da je učestanost pojave kvara mnogo veća tokom ljetnih mjeseci, kada se češće dešavaju grmljavinske oluje praćene jakim vjetrom.



**SLIKA 4.10**

Raspodjela vjerovatnoće pojave kvara po mjesecima u godini

Primjer izvlačenja slučajnog broja koji će predstavljati mjesec u kome se javlja kvar dat je na slici 4.11. Raspodjela vjerovatnoće pojave kvara po mjesecima sa slike 4.10 transformiše se u kumulativnu funkciju raspodjele (slika 4.11). Zatim se izvlači slučajni broj iz uniformne raspodjele  $U(0,1)$  (u našem primjeru, taj broj je 0,625). Mjesec u kome je nastao kvar se određuje iz tačke u kojoj prava  $k = 0,625$  siječe kumulativnu funkciju raspodjele, a to je osmi mjesec u primjeru (avgust). Pošto je vjerovatnoća za sve brojeve od 0 do 1 jednaka, može se zaključiti da će se češće generisati brojevi onih mjeseci kod kojih je veći priraštaj kumulativne funkcije raspodjele. Drugim riječima, češće će se birati mjeseci u kojima je i u realnosti pojava kvara češća.

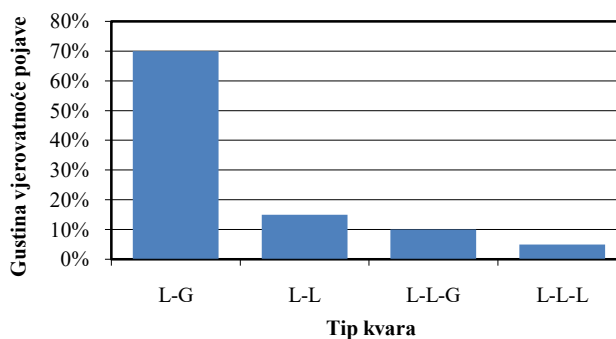
**SLIKA 4.11**

Izvlačenje slučajnog broja 0,625 znači da se generisani kvar dogodio u avgustu

Korišćenjem odgovarajućih raspodjela vjerovatnoće, na analogan način se određuje dan u sedmici i čas u danu kada se javlja generisani kvar.

### 3) Određivanje tipa kvara

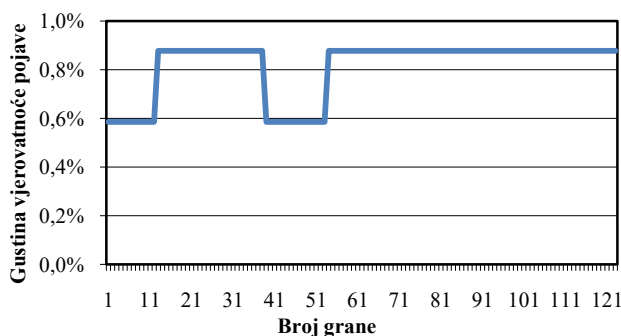
Za svaki generisani kvar, određuje se i tip kvara. Razlikujemo jednopolne (eng. *line-to-ground* – L-G), dvopolne (L-L), dvopolne sa zemljom (L-L-G) i trolpolne (L-L-L) kvarove. Izvlačenje tipa kvara se određuje na način analogan izvlačenju trenutka pojave kvara, tako što se tipovi kvarova izvlače proporcionalno vjerovatnoći njihove pojave u realnoj mreži. Statistika pojave pojedinih tipova kvara, koja je primijenjena u ovom primjeru, prikazana je na slici 4.12.

**SLIKA 4.12**

Raspodjela vjerovatnoće pojave kvara po tipu (L-G: jednopolni, L-L: dvopolni, L-L-G: dvopolni sa zemljom i L-L-L: trolpolni)

## 4) Određivanje lokacije kvara

Za svaki generisani kvar se određuje i mjesto nastanka. Važna činjenica koju treba uzeti u obzir je neujednačena stopa otkaza duž mreže. Prije svega, stope kvarova se mijenjaju duž glavnog fidera kako se krećemo iz gradskih ka ruralnim područjima (kao što je ilustrovano na slici 4.13). Pored toga, učestanost otkaza kod bočnih grana su veće od učestanosti otkaza glavnog fidera. Uvažavajući prethodno navedeno, postupak određivanja lokacije kvara se obavlja dvokoračno. U prvom koraku se određuje na kojem vodu se dešava kvar, uzimajući u obzir gustinu vjerovatnoće iskazanu na dijagramu sa slike 4.13. U drugom koraku se, izvlačenjem broja iz uniformne raspodjele  $U(0,1)$ , određuje udaljenost od početka voda na kojoj se nalazi mjesto kvara.



**SLIKA 4.13**

Raspodjela vjerovatnoće pojave kvara po granama

## 5) Određivanje impedanse kvara

Impedansa kvara se simulira pomoću Vejbulove funkcije gustine vjerovatnoće, definisane izrazom (2.28), u skladu sa preporukama iz [64]. Faktor oblika  $k$  i faktor skaliranja  $c$  Vejbulove funkcije se podešavaju u zavisnosti od karakteristika date mreže, za svaki tip kvara. Na faktor skaliranja značajno utiče vrsta kvara, pošto se impedansa kvara razlikuje od tipa do tipa. Obično, za međufazne kvarove, impedansa kvara je mala i generalno ne prelazi  $0,5 \Omega$ . Impedansa, međutim, može postati mnogo veća tokom zemljospoja, jer otpornost temelja stubova može biti i do  $10 \Omega$ . Ako se desi preskok na izolatoru, povezanost stubova sa zemljovodnim užetom smanjuje rezultujuću impedansu kvara. U praksi, tada rijetko prelazi  $3 \Omega$ . Za neke kvarove prema zemlji impedansa kvara može postati mnogo veća, što se dešava u slučajevima palog drveća, ili ako pokidani provodnik padne na tlo visoke specifične otpornosti [64].



### Generisanje snage potrošnje pojedinih čvorova

Za svaki generisani kvar određuje se snaga potrošnje svih potrošača u trenutku pojave kvara. Uvažava se da očekivana snaga potrošnje zavisi od časa u danu  $h$ , dana u sedmici  $d$  i mjeseca u godini  $m$ , tj. da se izračunava po formuli:

$$P_{e,i}(h,d,m) = k_h \cdot k_d \cdot k_m \cdot P_i, \quad (4.14)$$

gdje su:  $P_{e,i}$  očekivana snaga potrošnje priključene na sabirnice  $i$  u trenutku kvara,  $P_i$  je godišnja vršna snaga potrošnje priključene na sabirnice  $i$ ,  $k_h$  je koeficijent koji govori o tome koliko snaga u času  $h$  iznosi u odnosu na dnevni maksimum,  $k_d$  je koeficijent koji govori o tome koliko potrošnja u danu  $d$  iznosi u odnosu na sedmični maksimum i  $k_m$  je koeficijent koji govori o tome koliko potrošnja u mjesecu  $m$  iznosi u odnosu na godišnji maksimum.

Stvarna simulirana snaga se određuje tako što se na očekivanu snagu doda slučajna perturbacija izvučena iz normalne raspodjele:

$$P_{sim,i} = P_{e,i} + \sigma \cdot P_{e,i} \cdot N(0,1), \quad (4.15)$$

pri čemu je  $\sigma$  relativna prosječna standardna devijacija snage potrošnje a  $N(0,1)$  je slučajni broj izvučen iz standardne normalne raspodjele, koja ima nultu srednju vrijednost i jediničnu standardnu devijaciju.

### Simulacija odluka koje donose algoritmi za lociranje kvara

Podaci iz prakse pokazuju da FL algoritmi mogu da lociraju međufazni kvar otpornosti luka  $R_f = 15 \Omega$  sa greškom od oko 1%, dok se udaljenost do metalnog jednofaznog zemljospoja može odrediti sa greškom od oko 10–15%. Navedena greška je iskazana kao procenat u odnosu na dužinu tzv. glavnog fidera, koji se definiše kao rastojanje od napojne transformatorske stanice do najudaljenijih sabirnica u mreži (glavni fider je na slici 4.9 prikazan plavom bojom) [72]. Greška u određivanju lokacije kvara  $e$ , prema odgovarajućem standardu [73], određuje se prema relaciji:

$$e = \frac{(IR - DF)}{L}, \quad (4.16)$$

gdje je  $IR$  udaljenost koju očitava uređaj za lociranje kvara,  $DF$  je stvarna udaljenost do mjesta kvara, a  $L$  je dužina glavnog fidera.

Prema tome, očitavanje FL uređaja iskazuje se u sljedećoj formi:

$$IR = DF + e \cdot L. \quad (4.17)$$

Pretpostavlja se da iznos greške ima tzv. polunormalnu raspodjelu, odnosno da je vrijednost greške uvijek negativna, prema izvještajima o ispitivanju objavljenim u [64]. Da bi se uvažila pretpostavka da očekivana vrijednost greške treba da bude 1% za međufazne kvarove i 15% za zemljospojeve, simulirana greška se računa na sljedeći način:

$$e = -\left| \text{Očekivana greška} \cdot \sqrt{\pi/2} \cdot N(0,1) \right|, \quad (4.18)$$

gdje je  $N(0,1)$  slučajni broj izvučen iz standardne normalne raspodjele.

Jasno je da mnogi izazovi u stvarnom svijetu mogu uticati na tačnost algoritma za lociranje kvara, kao što su promjene u poprečnom presjeku provodnika duž mreže, složena topologija sa više grana i bočnih strana ili efekti impedanse kvara. Za preciznije modelovanje performansi FL algoritma, potreban je i detaljniji opis njegovih funkcionalnih principa.

### **Proračun vremena koje je potrebno ekipi za popravku da pronade kvar**

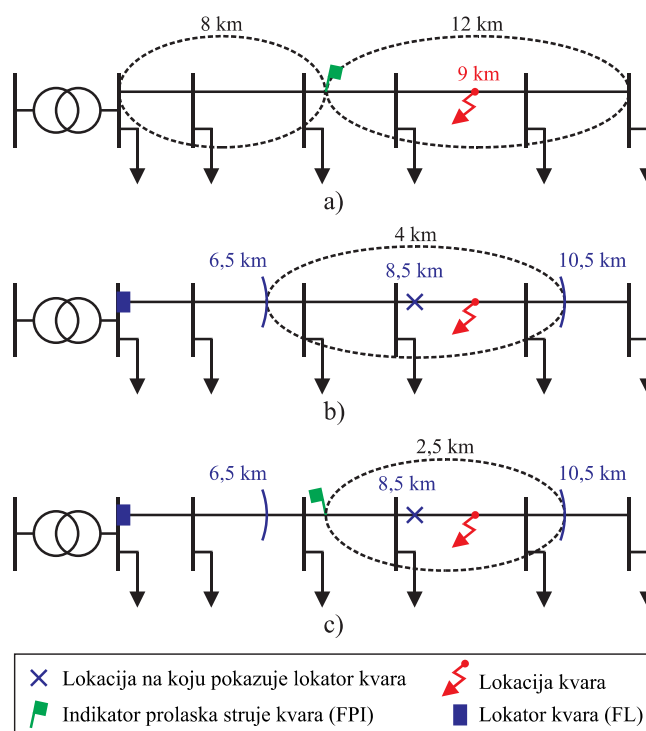
Vrijeme koje je potrebno da se pronade lokacija kvara zavisi od nivoa automatizacije distributivne mreže, odnosno od broja instaliranih FL i FPI uređaja [74]. Način na koji FL i FPI uređaji utiču na vrijeme lokalizacije kvara biće ilustrovan uz korišćenje slike 4.14. Pretpostavićemo da se razmatrani kvar dešava na udaljenosti 9 km od napojne transformatorske stanice.

Ukoliko u distributivnoj mreži ne bi postojali nikakvi uređaji za pomoć u lokalizaciji kvara, oblast pretraživanja u potrazi za kvarom uključuje svih 20 km vodova u mreži.

Ukoliko bi, ipak, po varijanti prikazanoj na slici 4.14a, u mreži postojao jedan FPI, zahvaljujući njegovom reagovanju oblast predraživanja se smanjuje na dužinu od 12 km, koja se na slici nalazi desno od FPI.

Ako bi u mreži postojao jedan FL uređaj, nastaje situacija ilustrovana na slici 4.14b. Neka je FL uređaj reagovao sa određenom greškom i neka je njegovo očitavanje mjesta kvara  $IR = 8,5$  km. U tom slučaju, ekipa za otklanjanje kvara pretražuje oblast u okolini predložene lokacije, sa unaprijed ustanovljenom marginom, što u predstavljenom slučaju iznosi  $\pm 2$  km. Pretraživanjem oblasti od 4 km umjesto cjelokupnih 20 km, značajno se ubrzava pronalaženje kvara.

Konačno, ako bi u mreži bili instalirani istovremeno jedan FPI i jedan FL uređaj, oblast pretraživanja kvara se dodatno smanjuje i u primjeru sa slike 4.14c iznosi 2,5 km, što je svega 12,5% u odnosu na ukupnu dužinu vodova u mreži.

**SLIKA 4.14**

Ilustracija procedure lokalizacije kvara u jednostavnoj radialnoj mreži: (a) sa jednim FPI, (b) sa jednim FL i (c) sa jednim FPI i jednim FL uređajem

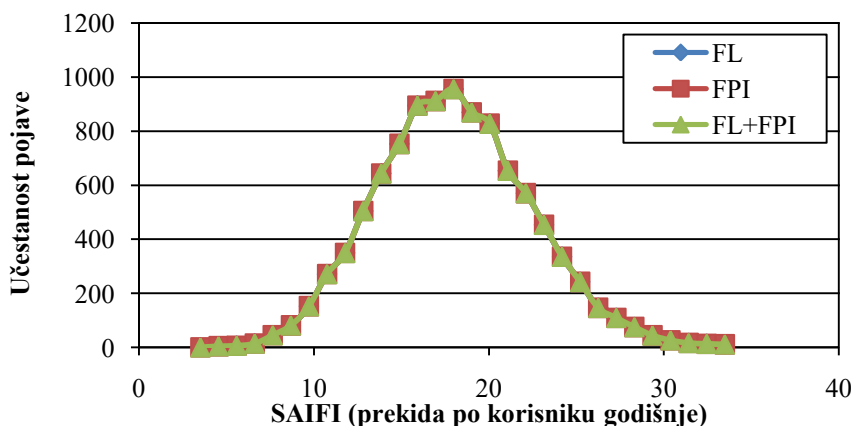
Uz prethodno pojašnjene principe pretraživanja, formirana je procedura izračunavanja vremena pronalaska kvara koje je neophodno odrediti u okviru Monte Karlo simulacije. Nakon što se generiše mjesto kvara i generiše očitavanje uređaja za lociranje kvara (FL), simulira se stvarno kretanje ekipe za otkrivanje kvara. Ekipa pretražuje oblast koja je sužena zahvaljujući instrukcijama uređaja za lociranje kvara. Računa se pod pretpostavkom da se ekipa kreće konstantnom brzinom (npr.  $v = 5,4 \text{ km/h}$ ), te da se redoslijed pretraživanja određuje prema unaprijed zadatim prioritetima.

### 4.2.3 Osnovni rezultati

Prikazani simulacioni algoritam primijenjen je na test mrežu sa slike 4.9. Ova mreža je odabrana kao jedna od najmanje pouzdanih mreža u rejonu kojeg pokriva distributivno preduzeće „Elektrokrajina”, Banja Luka. Osnovne rezultate predstavljaju pokazatelji pouzdanosti SAIFI, SAIDI i ENS, prikazani u formi

njihovih histograma. Kao što je u postavci problema rečeno, upoređuju se tri scenarija: korišćenje algoritma za lociranje kvara (FL), korišćenje tri indikatora prolaska struje kvara (FPI) i kombinovano korišćenje oba navedena algoritma za lociranje kvara (FL+FPI). Prosječan broj kvarova iznosi 18 godišnje. U test mrežu se postavlja ukupno tri FPI uređaja. Njihove lokacije su, na osnovu iskustva, odabrane da budu na početku vodova 15, 21 i 27 (kao što je prikazano na slici 4.9). Treba napomenuti da bi izbor drugačijih lokacija doveo do promjene vrijednosti pokazatelja pouzdanosti.

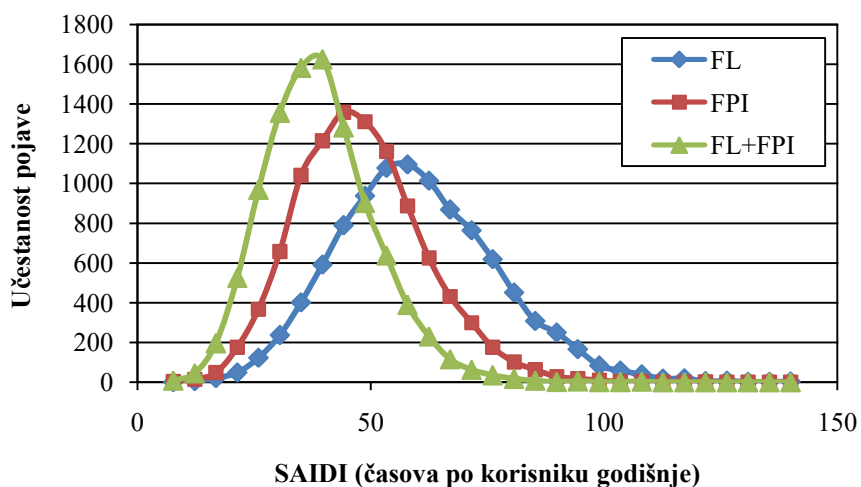
Slika 4.15 prikazuje histograme dobijene za pokazatelj SAIFI. Kao što se i može očekivati, učestanost prekida napajanja ne zavisi od simuliranih scenarija, pošto lokatori kvarova i indikatori prolaska struje kvara ne utiču na intenzitet otkaza vodova. Sa slike 4.15 se vidi da prosječan broj prekida odgovara zadatoj vrijednosti od 18 kvarova godišnje, ali da Monte Karlo simulacija daje i druge scenarije tako da postoje godine sa manje od pet ili više od 30 kvarova godišnje.



**SLIKA 4.15**

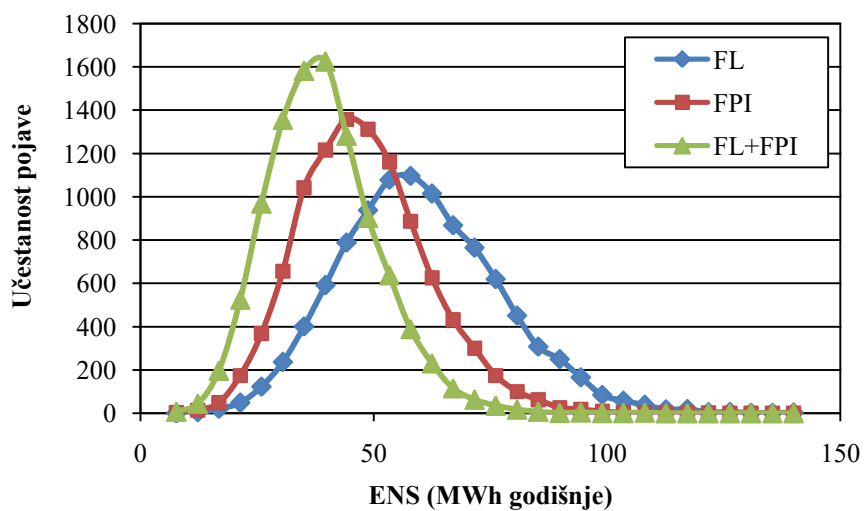
Histogram pokazatelja SAIFI određen za test mrežu

Slika 4.16 prikazuje rezultate dobijene za pokazatelj SAIDI. Očigledno je da implementacija neke tehnologije za lokalizaciju kvara utiče na smanjenje prosječnog vremena trajanja prekida. U ovom primjeru, rješenje koje najviše obećava je kombinovana primjena algoritma za lociranje kvara i indikatora prolaska struje kvara (FL+FPI), pošto se odgovarajuća kriva gustine vjerovatnoće nalazi krajnje lijevo na grafikonu. Najmanje kvalitetno rješenje je opcija samo sa uređajem za lociranje kvara (FL), koji je predstavljen desnom, plavom krivom. Rješenje sa tri FPI bez FL algoritma pokazuje prosječne performanse.

**SLIKA 4.16**

Histogram pokazatelja SAIDI određen za test mrežu

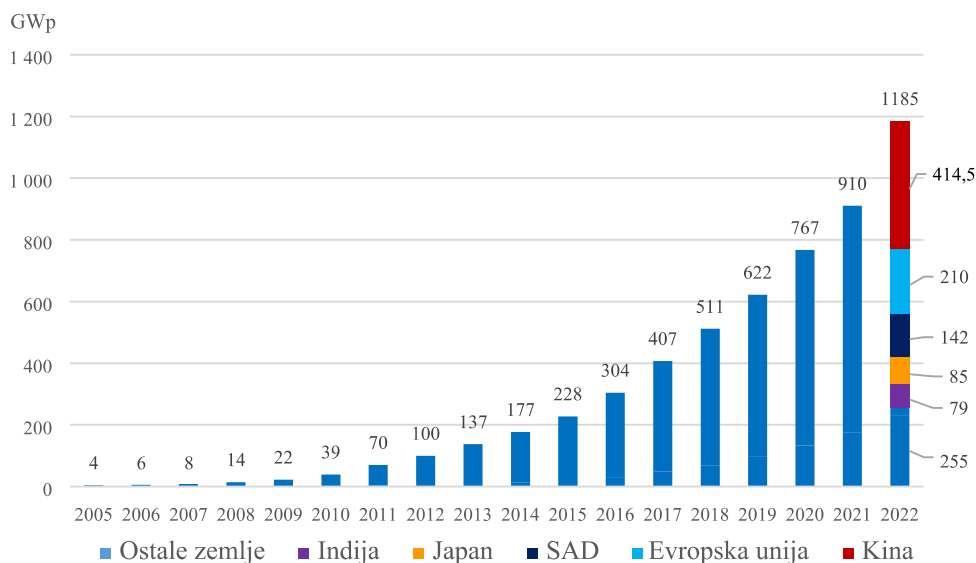
Slika 4.17 prikazuje rezultate dobijene za pokazatelj ENS. Kvalitativno, oblici histograma za ENS slični su oblicima histograma za SAIDI. Razlika je u vrijednostima prikazanim na  $x$ -osi budući da se neisporučena energija izražava u megavat-časovima godišnje.

**SLIKA 4.17**

Histogram pokazatelja ENS određen za test mrežu

### 4.3 Proizvodnja fotonaponskih sistema u gradskim uslovima

Fotonaponski sistemi su u aktuelnom trenutku veoma atraktivni za investitore, zahvaljujući kontinuiranom poboljšanju performansi i padu investicionih troškova. Slika 4.18 prikazuje da instalisana snaga fotonaponskih sistema u svijetu raste eksponencijalno, te se uočava da je tokom 2022. godine prevaziđena simbolična granica od 1 TWp.



**SLIKA 4.18**

Trend rasta instalisane snage fotonaponskih sistema u svijetu [75]

Tokom same 2022. godine snaga fotonaponskih sistema instalisanih na krovovima objekata u odnosu na 2021. godinu porasla je za 54% i, zahvaljujući takvom trendu, pridodata snaga ovakvih sistema maltene se izjednačila sa snagom pridodatom u formi velikih fotonaponskih elektrana instalisanih na zemlji. Na osnovu ovog uvoda zaključuje se da je veoma važno imati pouzdan alat za procjenu moguće proizvodnje fotonaponskih sistema, koji su instalisani na krovovima objekata, odnosno u gradskim uslovima. Na tržištu postoje mnogi softverski paketi pomoću kojih se može procijeniti potencijalna proizvodnja fotonaponskih sistema, pri radu pod standardnim okolnostima. Problematika se značajno komplikuje ukoliko je proizvodni sistem instalisan u gradskoj sredini, gdje zbog okolnih zgrada i drugih prepreka, dolazi do pojave djelimičnog ili potpunog sjenčenja. Koliko će

godišnja proizvodnja fotonaponskog sistema biti umanjena zbog sjenčenja zavisi od položaja i oblika prepreka, ali i od snage Sunčevog zračenja u trenucima kada nastupi sjenčenje. U nastavku se opisuje primjena Monte Karlo simulacije za procjenu moguće proizvodnje fotonaponskih sistema instalisanih u gradskim sredinama, koja je prezentovana u radu [76].

#### 4.3.1 Postavka problema

U ovom zadatku se traži da se odredi moguća proizvodnja fotonaponskog sistema, koji je izgrađen na krovu objekta, uz uvažavanje neizvjesnosti koja se može javiti kod pojedinih ulaznih veličina od uticaja. Suštinske ulazne veličine koje imaju stohastički karakter u ovom slučaju su iradijansa i temperatura. Takođe je važno uzeti u obzir uticaj okolnih prepreka na smanjenje iradijanse koja dopijeva na pojedine fotonaponske module u sistemu.

#### 4.3.2 Primjena Monte Karlo simulacije

Zadatak se rješava primjenom sekvencijalne Monte Karlo simulacije, sa vremenskim korakom od jednog časa. Ideja simulacionog pristupa je da se generišu vještačke vremenske serije ulaznih podataka za veliki broj godina i posmatra ponašanje sistema. Iako je računarski zahtjevan, sekvencijalni pristup veoma dobro odražava stvarnost i pruža detaljno razumijevanje ponašanja sistema. Vremenska svojstva ulaznih promjenljivih održavaju se realističnim, kao što su vremena izlaska i zalaska Sunca ili položaj Sunca u određeno doba dana. Pored toga, uzimaju se u obzir autokorelacija i međusobna korelacija iradijanse i temperature. Korišćenjem simulacionog pristupa moguće je uvažiti sve složenosti i nelinearnosti pojedinih modela, bez potrebe za pojednostavljivanjem. Kao rezultat, dobija se čitav niz mogućih ishoda, zajedno sa vjerovatnoćom njihove pojave.

Predloženi postupak simulacije sastoji se od sljedećih koraka:

1. Učitavanje konstantnih ulaznih parametara (jednom, na početku simulacije)
  - 1.1. Učitavanje koordinata lokacije;
  - 1.2. Učitavanje položaja i orijentacije fotonaponskih modula;
  - 1.3. Učitavanje položaja okolnih prepreka;
  - 1.4. Učitavanje statistike Sunčeve iradijanse;
  - 1.5. Učitavanje statistike temperature.
2. Procedura koja se radi samo jednom tokom proračuna (za svaki čas u godini)

*Geometrijski blok:*

  - 2.1. Izračunavanje položaja Sunca;
  - 2.2. Određivanje faktora gubitaka usljed sjenčenja;
  - 2.3. Određivanje faktora gubitaka za difuzno zračenje.

3. Procedura koja se ponavlja u svakoj simuliranoj godini*Blok iradijanske:*

- 3.1. Generisanje vrijednosti iradijanske na horizontalnu podlogu (GHI);
- 3.2. Razdvajanje GHI na direktnu (DNI) i difuznu (DHI) komponentu;
- 3.3. Izračunavanje iradijanske na fotonaponske module (POA IRR);

*Blok temperature:*

- 3.4. Generisanje vrijednosti temperature ambijenta ( $T_a$ );
- 3.5. Procjena temperature fotonaponskih modula ( $T_c$ );

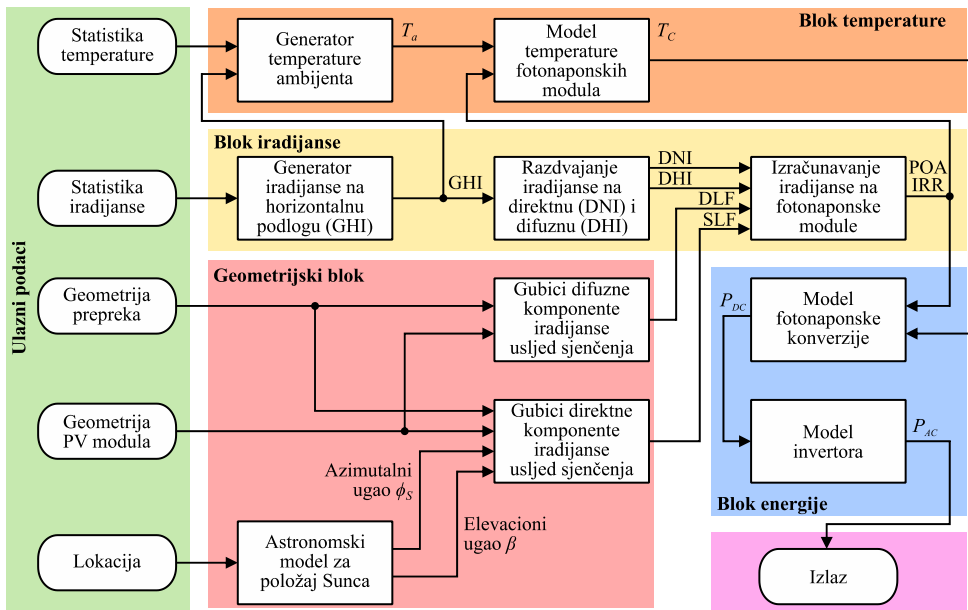
*Blok energije:*

- 3.6. Izračunavanje snage na DC strani fotonaponskog sistema ( $P_{DC}$ );
- 3.7. Izračunavanje snage na AC strani fotonaponskog sistema ( $P_{AC}$ );
- 3.8. Izračunavanje ukupne godišnje proizvodnje energije na AC strani fotonaponskog sistema.

4. Prezentacija rezultata

- 4.1. Kreiranje histograma ukupne godišnje proizvodnje energije.

Glavni blokovi i njihove međusobne veze prikazani su na slici 4.19.

**SLIKA 4.19**

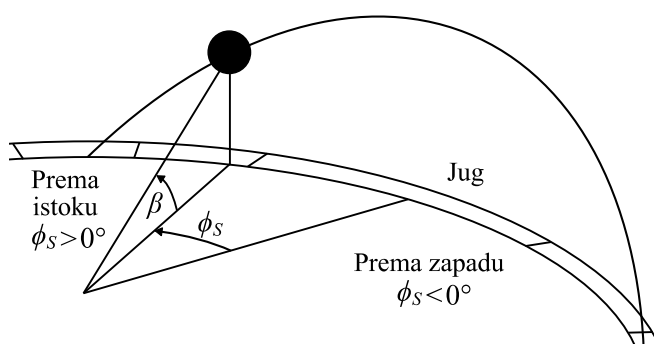
Princip rješavanja postavljenog zadatka



### Geometrijski blok

Geometrijski blok služi za pripremu svih neophodnih geometrijskih veličina kao što su promjena pozicije Sunčevog diska tokom godine i uticaj prepreka na prostiranje direktne i difuzne komponente iradijancije prema fotonaponskim modulima.

Pravac pružanja Sunčevih zraka predstavlja jedan od fundamentalnih ulaznih podataka za sve solarne proračune. Pozicija Sunca na nebeskoj sferi opisuje se sa dva ugla, kao što je prikazano na slici 4.20.



**SLIKA 4.20**

Položaj Sunca definisan uglovima  $\beta$  i  $\phi_S$

Elevacioni ugao ( $\beta$ ) i azimutalni ugao ( $\phi_S$ ) zavise od lokacije na zemlji, dana u godini i časa u danu. Ovi uglovi se računaju pomoću sljedećih izraza:

$$\sin \beta = \cos L \cos \delta \cos H + \sin L \sin \delta, \quad (4.19)$$

$$\sin \phi_S = \frac{\cos \delta \sin H}{\cos \beta}, \quad (4.20)$$

pri čemu je sa  $L$  označena geografska širina posmatrane lokacije,  $H$  je satni ugao, a  $\delta$  je ugao deklinacije Sunca za određeni dan u godini. Satni ugao  $H$  ima onoliko stepeni koliko treba Zemlji da rotira da bi Sunce bilo tačno iznad lokalnog meridijana na kojem se nalazi posmatrač (do trenutka kada nastupa tzv. solarno podne). Pozivajući se na činjenicu da ugaona brzina Zemljine rotacije iznosi  $15^\circ/\text{h}$ , satni ugao možemo opisati sljedećom formulom:

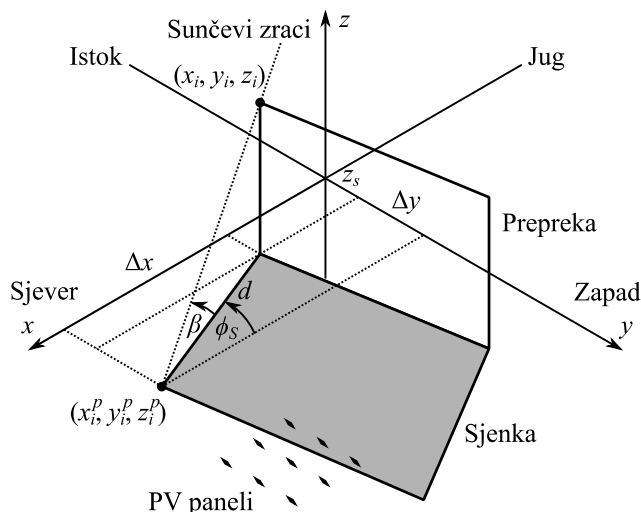
$$H = 15 \left[ \frac{^\circ}{\text{h}} \right] \cdot T_{dsp} [h], \quad (4.21)$$

gdje je sa  $T_{dsp}$  označeno vrijeme do solarnog podneva.

Ugao deklinacije Sunca je definisan kao ugao između zraka Sunca i ravnji Zemljinog ekvatora. Ovaj ugao zavisi od rednog broja dana u godini  $n$  i može se, u stepenima, približno odrediti korišćenjem sljedećeg izraza [36]:

$$\delta = 23,45 \cdot \sin \left[ \frac{360}{365} (n - 81) \right]. \quad (4.22)$$

Okolne prepreke kao što su zgrade, dimnjaci, drveće ili planine mogu da bacaju sjenku na fotonaponske module u nekim periodima tokom dana. Zbog ove pojave, blokira se direktna komponenta zračenja Sunca i dolazi do smanjenja potencijalne proizvodnje energije fotonaponskog sistema, pa o tome treba voditi računa, posebno u gradskim sredinama [77]. Položaj sjenke zavisi, kako od oblika prepreke, tako i od pravca dolaznog Sunčevog zračenja (azimutalnog ugla  $\phi_s$  i ugla elevacije  $\beta$ ). Prepreke su modelovane kao skupovi poligona u 3D prostoru predstavljenih nizom tačaka  $(x_i, y_i, z_i)$ . Iskorišćen je matematički algoritam za testiranje da li se neka tačka nalazi unutar zadatog poligona. Centar fotonaponskog panela je modelovan tačkom, a pretraga se obavlja po poligonu koji predstavlja sjenku. Na primjeru sa slike 4.21 vidi se da je prvi red panela zahvaćen sjenkom, a da preostala dva nisu.



**SLIKA 4.21**

Određivanje položaja sjenke u zavisnosti od položaja prepreke

Dužina sjenke za tačku  $(x_i, y_i, z_i)$  na horizontalnom nivou visine  $z_s$  računa se po formuli:

$$d = \frac{z_i - z_s}{\tan \beta}, \quad (4.23)$$

a potom se pomoću izračunate dužine sjenke, jednostavno mogu izraziti pozicije projekcije tačke  $(x_i, y_i, z_i)$  u  $xy$  ravni na visini  $z_s$ :

$$x_i^p = x_i + \Delta x = x_i + d \cos \phi_s, \quad (4.24)$$

$$y_i^p = y_i + \Delta y = y_i + d \sin \phi_s. \quad (4.25)$$

Kao izlaz ovog bloka, kreira se matrica faktora gubitaka usljed sjenčenja (*SLF*). Za svaki čas u godini i za svaki modul, odgovarajućem elementu matrice se dodjeljuje vrijednost, koja je nula, ako je modul u sjenci, i jedan ako nije.

Dio zračenja dolazi u formi difuzne komponente, što predstavlja posljedicu rasijavanja i refleksije Sunčevih zraka u atmosferi. Difuzno zračenje pada na module iz različitih pravaca, tako da na smanjenje ukupne iradijancije djelimično utiču sve prepreke u okolini modula, a ne samo one koje stoje na putu direktne komponente zračenja. Uticaj prepreka na difuzno zračenje ilustrovan je na slici 4.22. Na prikazanom primjeru se uočava da prepreka označena brojem 1 učestvuje u blokiranju difuzne komponente zračenja koje dopijeva na fotonaponske module, dok prepreka označena brojem 2 ne stvara negativni efekat.

Da bi se procijenio uticaj okolnih prepreka na difuzno zračenje, nebeska hemisfera je podijeljena na male dijelove, čija je površina označena sa  $\Delta S$  [78]. Ako se pretpostavi da je difuzno zračenje izotropno (da dolazi jednako iz svih pravaca), faktor gubitaka za difuzno zračenje (*DLF*) može se izračunati za svaki modul na osnovu broja osjenčenih površina  $\Delta S$  i Lambertovog kosinusnog zakona [79]. Po ovom principu, *DLF* se može procijeniti korišćenjem sljedeće jednačine:

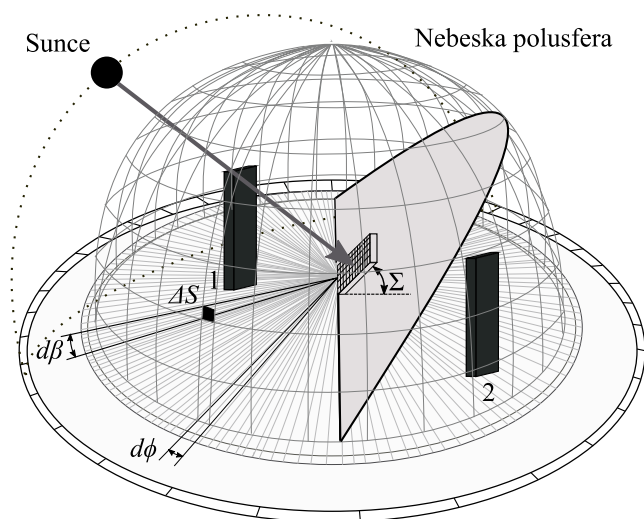
$$DLF = \frac{\sum_{\substack{\text{površina vidljiva} \\ \text{sa modula}}} \Delta S \cos(\theta_C)}{\sum_{\substack{\text{ukupna površina} \\ \text{nebeske sfere}}} \Delta S \cos(\theta_H)}, \quad (4.26)$$

gdje  $\theta_C$  označava ugao incidencije između normale na solarni modul i pravca dolaznog difuznog zračenja, a  $\theta_H$  ugao incidencije između normale na horizontalnu

podlogu i pravca dolaznog zračenja. U specijalnom slučaju, kada u okolini fotonaponskih modula ne postoje nikakve prepreke,  $DLF$  se svodi na poznati izraz kojeg su izveli Liu i Džordan (*Liu & Jordan*) [80]:

$$DLF_{L\&J} = \frac{1 + \cos \Sigma}{2}, \quad (4.27)$$

gdje je  $\Sigma$  ugao nagiba fotonaponskog modula u odnosu na horizontalnu podlogu.



**SLIKA 4.22**

Utjecaj prepreka na difuznu komponentu iradijancije

U nastavku ćemo smatrati da je raspodjela difuznog zračenja izotropna, uz napomenu da postoje i anizotropni modeli difuznog zračenja, koji se mogu koristiti kako bi se povećala tačnost modela. U tom slučaju, jednačina (4.26) se modifikuje uvođenjem težinskih faktora u sume u brojiocu i imeniocu, uzimajući u obzir neravnomjernu raspodjelu dolaznog difuznog zračenja po površini nebeskog svoda.

### Blok iradijancije

Blok iradijancije je odgovoran za generisanje vremenskih serija Sunčevog zračenja koje pada na površinu fotonaponskih modula. Vještački generisane vremenske serije treba da imaju ista statistička svojstva kao podaci koji se javljaju u realnosti. Zahtijevane osobine obuhvataju i probabilističke karakteristike (kao što su srednja vrijednost i varijansa) i sekvencijalne karakteristike (što je prvenstveno

autokorelacija). Treba napomenuti da je detaljna statistika iradijance obično ograničena i da su dostupne ulazne informacije ograničene na 12 mjesečnih prosječnih vrijednosti globalnog horizontalnog zračenja. Stoga, generatori slučajnih sekvenci treba da kombinuju dostupne podatke sa nekim univerzalnim statističkim svojstvima Sunčevog zračenja da bi proizveli prihvatljive vremenske serije. Ove uslove ispunjava algoritam Aguiara koji je detaljno opisan u sekciji 3.2.3. Izlaz iz navedenog algoritma je vremenska serija časovnih vrijednosti iradijance horizontalne podloge (GHI).

Da bismo izračunali iradijansu koja pada na proizvoljno orijentisan kolektor, prvo je potrebno globalnu horizontalnu iradijansu razložiti na direktnu komponentu ( $G_{BH}$ ) i difuznu komponentu ( $G_{DH}$ ). Za ovu transformaciju iskorišćena je BRL metoda, koja je predstavljena u sekciji 3.2.4.

Iradijansa koja dopijeva na ravan fotonaponskih modula računa se kao suma direktne ( $G_{BC}$ ), difuzne ( $G_{DC}$ ) i reflektovane komponente ( $G_{RC}$ ):

$$G_{POA} = G_{BC} + G_{DC} + G_{RC}. \quad (4.28)$$

Direktna komponenta se računa na osnovu direktne komponente iradijance horizontalne podloge ( $G_{BH}$ ) uz uvažavanje gubitaka usljed sjenčenja predstavljenih pomoću koeficijenta gubitaka direktne komponente  $SLF$ :

$$G_{BC} = SLF \frac{\cos \theta}{\sin \beta} G_{BH}, \quad (4.29)$$

gdje je  $\theta$  ugao incidencije (ugao između normale na ravan PV modula i pravca pružanja zračenja Sunca), a  $\beta$  elevacioni ugao položaja Sunca. Difuzna komponenta koja dopijeva na module procjenjuje se na osnovu izraza:

$$G_{DC} = DLF \cdot G_{DH}, \quad (4.30)$$

gdje su sa  $DLF$  uvaženi gubici difuzne komponente zbog prisustva okolnih objekata.

Reflektovana komponenta iradijance je zanemarena, što se inače radi u mnogim softverskim paketima dostupnim na tržištu [77]. Ova pretpostavka tim više ima smisla u primjeni kod PV sistema instaliranih na krovu, budući da zračenje reflektovano od tla teško dopijeva na module, a susjedni moduli postavljeni u gustim redovima takođe u velikoj mjeri suzbijaju reflektovanu komponentu zračenja koja potiče sa površine krova.

### Blok temperature

Pomoću bloka temperature generišu se vještačke vremenske serije temperature fotonaponskih ćelija. Ovaj simulacioni blok je ugrađen iz razloga što proizvodnja fotonaponskih modula u određenoj mjeri zavisi od njihove temperature i to tako da se proizvodnja smanjuje kako temperatura raste. Temperatura fotonaponskih modula se određuje u dva koraka. U prvom koraku se na osnovu statistike temperature na datoj lokaciji (12 prosječnih mjesečnih vrijednosti temperature) generišu godišnji nizovi temperature ambijenta sa časovnom rezolucijom. Za ovu svrhu upotrijebljena je sekvencijalna simulaciona metoda koja je objašnjena u sekciji 3.3.2. U okviru ove procedure, kao pomoćna promjenljiva, koristi se i iradijansa na horizontalnu podlogu (GHI), budući da je raspon promjene dnevne temperature u korelaciji sa vrijednošću iradijanse. U drugom koraku, na osnovu simulirane temperature ambijenta  $t_a$ , procjenjuje se temperatura fotonaponskih ćelija  $t_c$ . Za ovu transformaciju koristi se formula (3.36):

$$t_c = t_a + \frac{G_c}{800 \text{ W/m}^2} (\text{NOCT} - 20),$$

pri čemu je NOCT normalna radna temperatura fotonaponske ćelije (eng. *normal operating cell temperature*) koja se definiše kao temperatura koju postiže ćelija kada iradijansa iznosi  $800 \text{ W/m}^2$ , temperatura ambijenta  $20^\circ\text{C}$ , a brzina vjetra  $1 \text{ m/s}$ .

### Blok energije

U okviru bloka energije, godišnja proizvodnja na AC strani fotonaponskog sistema se procjenjuje na osnovu poznate iradijanse i temperature modula. Za ovu svrhu primijenjena je metoda američke Nacionalne laboratorije za obnovljivu energiju (NREL), koja je razvijena u okviru dobro poznatog *PVWatts* kalkulatora [42].

U prvom koraku ove metode, optički model zaštitnog stakla PV modula se koristi za izračunavanje procentualne vrijednosti dolaznog zračenja koje će biti uspješno prenijeto do fotonaponskih ćelija. Nakon toga se primjenjuje model fotonaponske konverzije da bi se odredilo koliko će energije proizvesti PV moduli na svojim priključcima. Pomoću modela gubitaka sistema određuje se smanjenje moguće izlazne snage zbog neizbježnih problema kao što su zaprljanost i neusklađenost modula, gubici na ožičenju i vezama, degradacija izazvana svjetlom itd. U posljednjem koraku, model invertora se koristi za izračunavanje izlazne snage na AC strani razmatranog fotonaponskog sistema.

### 4.3.3 Osnovni rezultati

Osnovna funkcionalnost razvijenog alata testirana je na interesantnom primjeru potencijalne zgrade amfiteatra Elektrotehničkog fakulteta u Banjoj Luci. Međusobni položaj stare zgrade fakulteta i nove zgrade amfiteatra sa fotonaponskim modulima na ravnom krovu skiciran je na slici 4.23, na osnovu idejnog projekta. Iz realističnog 3D modela može se vidjeti da svakako postoje periodi kada zidovi i krov stare zgrade stvaraju sjenke na fotonaponskim modulima.



**SLIKA 4.23**

PV moduli na krovu potencijalne zgrade amfiteatra djelimično u sjenci postojeće zgrade fakulteta

Najvažniji tehnički parametri PV instalacije su sabrani u tabeli 4.4, dok je klimatska statistika za Banju Luku data u tabeli 4.5.

**TABELA 4.4**

Osnovni tehnički podaci fotonaponskog sistema

Parametar	Vrijednost
Broj PV modula	56
Raspored modula	Prema projektu (i slici 4.23)
Nagib modula u odnosu na tlo $\Sigma$	30°
Azimutalni ugao modula $\phi_C$	0° (ka jugu)
Vertikalna pozicija modula $z_S$	8,75 m
Maksimalna visina prepreke	18,2 m
Jedinična snaga PV modula	200 W
Tip PV modula	Careyglass Solar CGS-200

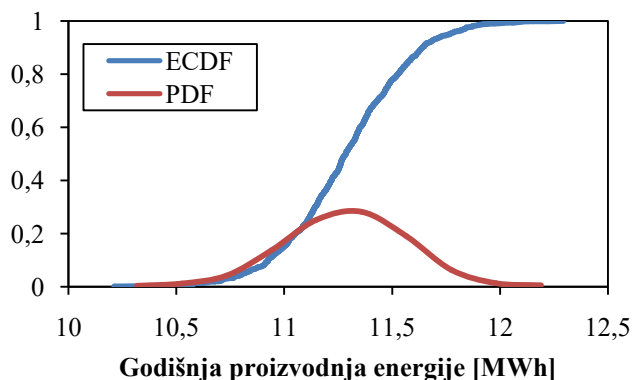
TABELA 4.5

Klimatske karakteristike Banje Luke

Banja Luka, RS, BA: Geografska širina 44,77 N; Geografska dužina 17,19 E												
	Jan	Feb	Mar	Apr	Maj	Jun	Jul	Avg	Sep	Okt	Nov	Dec
$avg(H_H)$	1,13	1,69	2,98	4,37	5,03	5,83	6,26	5,55	3,67	2,34	1,50	1,05
$avg(K_t)$	0,33	0,35	0,43	0,47	0,46	0,50	0,56	0,57	0,49	0,44	0,42	0,35
$avg(T)$	4,0	3,2	8,2	12,4	16,0	20,2	22,8	22,7	18,4	13,2	9,6	4,8

Oznake u tabeli:  $H_H$  – dnevna insolacija u kWh,  $K_t$  – dnevni indeks vedrine,  $T$  – dnevna temperatura u °C.

Osnovni rezultati dobijeni Monte Karlo simulacijom su prikazani na slici 4.24. Dijagram predstavlja moguće vrijednosti godišnje energije na AC strani koju proizvodi PV sistem, zajedno sa gustom vjerovatnoće njihove pojave. Očekivana (srednja) godišnja energija sistema iznosi 11 339 kWh. To je 92% u odnosu na proizvodnju koju procjenjuje *online* kalkulator *PVWatts*, u kome se koristi gruba aproksimacija da gubici usljed sjenčenja iznose 3%. Standardna devijacija godišnje energije na AC strani iznosi 308,3 kWh (2,72%). Minimalna proizvodnja sistema koja se pojavljuje u ovoj simulaciji je 10 213 kWh, a maksimalna 12 392 kWh.



SLIKA 4.24

Raspodjela vjerovatnoće moguće godišnje proizvodnje energije PV sistema



## 4.4 Određivanje moguće snage novih obnovljivih izvora u mreži

U sekciji 4.3 već je naglašeno da je tehnološki razvoj i pad cijena privukao investitore da masovno ulažu u obnovljive izvore energije, posebno u solarne fotonaponske sisteme. Takođe, razmotren je zadatak određivanja moguće godišnje proizvodnje energije budućeg fotonaponskog sistema instalisanog na krovu. Međutim, paralelno se nameće i dodatno pitanje, a to je rješavanje problema da li će elektroenergetska mreža biti sposobna da prihvati svu snagu koju će proizvoditi potencijalni PV sistemi. Problem određivanja moguće snage koju je elektroenergetska mreža spremna da prihvati u literaturi na engleskom jeziku označen je terminom *hosting capacity*. Kapacitet priključenja novih obnovljivih izvora energije definisan je kao maksimalna instalisana snaga koja može biti priključena na distributivnu mrežu, a da ne dođe do narušavanja njenih pogonskih ograničenja [81]. Ovim problemom bavio se i istraživački tim na Elektrotehničkom fakultetu u Banjoj Luci [82]-[83].

Za potrebe planiranja i eksploatacije elektroenergetskih mreža, uključujući i distributivne mreže, osnovne analize se zasnivaju na proračunu tokova snaga i naponskih prilika [84]. Tradicionalni deterministički proračuni tokova snaga vrše se na osnovu poznate topologije mreže i poznatih snaga proizvodnje i potrošnje. Zbog prirode obnovljivih izvora energije, proizvodnja se stohastički mijenja, te je opravdanost primjene determinističkog pristupa upitna. Stoga je za analizu pogonskih stanja u mrežama u kojima se pojavljuju obnovljivi izvori energije, koji posjeduju neizvjesnost proizvodnje, potrebno koristiti probabilističke tokove snaga [85].

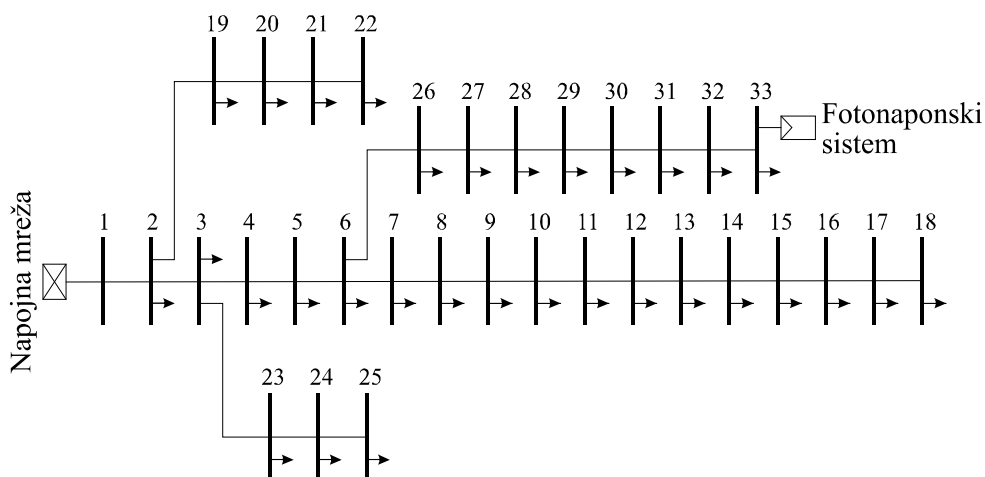
### 4.4.1 Postavka problema

U zadatku se traži da se provjeri uticaj priključenja novog fotonaponskog sistema na distributivnu mrežu. Efekti koje se javljaju u mreži biće istraženi na primjeru naponskih prilika i gubitaka aktivne snage. Analiza se obavlja korišćenjem standardne IEEE mreže sa 33 sabirnice, koja je prikazana na slici 4.25, a čije su osnovne karakteristike navedene u tabeli 4.6. Fotonaponski sistem se priključuje na sabirnice broj 33, na kraju jednog od fidera, pošto se u ovakvom scenariju pretpostavlja značajan uticaj novog izvora energije na promjene naponskih prilika i tokova snaga u mreži. Smatra se da je fotonaponski sistem instaliran u Banjoj Luci, te da su moduli postavljeni azimutalno prema jugu i pod nagibom od  $34^\circ$  u odnosu na podlogu, u namjeri da se maksimizuje prosječna godišnja proizvodnja. Princip rješenja ovog problema svodi se na to da se generiše veliki broj ulaznih podataka za ključne promjenljive, koje imaju stohastičku prirodu, da se simulira odziv sistema. Kao rezultat simulacija dobijaju se naponske prilike i gubici sistema, predstavljeni u formi histograma, koji su zgodni za dalju analizu i izvlačenje zaključaka.

TABELA 4.6

Osnovne karakteristike mreže prije priključenja fotonaponskog sistema

Parametar mreže	Vrijednost	Jedinica
Naponski nivo	12,66	kV
Učestanost	60	Hz
Aktivna snaga iz mreže u referentnom scenariju	3917,7	kW
Reaktivna snaga iz mreže u referentnom scenariju	2435,2	kVAr
Gubici aktivne snage mreže u referentnom scenariju	202,7	kW

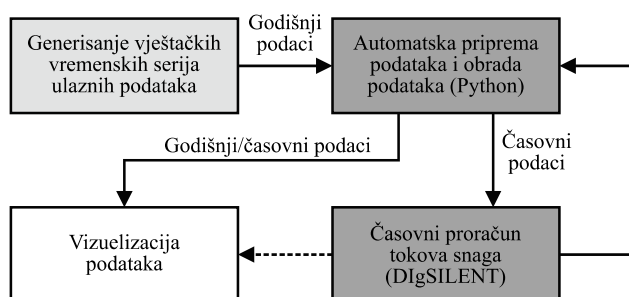


SLIKA 4.25

IEEE distributivni test sistem sa 33 sabirnice na koji je priključen novi PV sistem

#### 4.4.2 Primjena Monte Karlo simulacije

Za rješavanje postavljenog zadatka primjenjuje se sekvencijalna Monte Karlo simulacija, a osnovni elementi simulacione procedure prikazani su blok-dijagramom na slici 4.26. Od ulaznih podataka generišu se vještačke vremenske serije iradijancije, temperature i snage potrošnje. Upotrijebljena je časovna rezolucija, tako da se svaka simulirana godina sastoji od 8 760 test intervala. Za svaki čas u test godini obavlja se detaljan proračun tokova snaga i naponskih prilika i dobijeni rezultati se memorišu. Budući da je ovaj proračun vremenski zahtjevan, Monte Karlo simulacija je ograničena na 100 test godina. Dobijeni rezultati se na kraju obrađuju, te se najvažniji zaključci prezentuju korisniku.



SLIKA 4.26

Blok-dijagram simulacione procedure

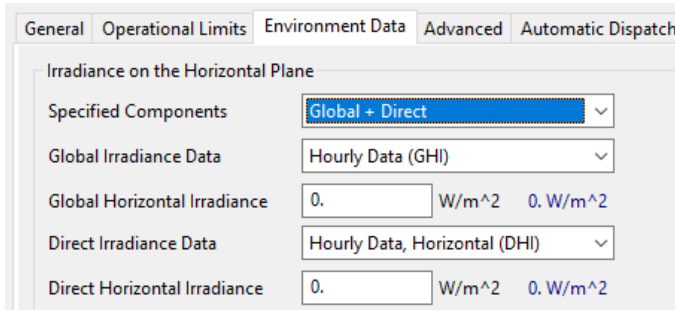
Proračun tokova snaga obavlja se u programskom paketu *DIgSILENT PowerFactory*. Korišćenjem ovog komercijalnog softvera, izbjegnuto je programiranje vlastitih rutina potrebnih za određivanje naponskih prilika i gubitaka aktivne snage u mreži. Budući da je proračun tokova snaga potrebno izvršiti za 8 760 časova u svakoj od 100 test godina, procedura Monte Karlo simulacije je automatizovana korišćenjem programskog jezika *Python*. Programske rutine pisane u *Python*-u služe za pripremu ulaznih vremenskih serija iradijance, temperature i potrošnje, te za automatizovani unos u *DIgSILENT PowerFactory*. Nakon završenog proračuna tokova snaga, *Python* rutina preuzima dobijene rezultate, pohranjuje ih u memoriju, te obavlja njihovu obradu i vizuelizaciju.

### Modelovanje iradijance

Modelovanje iradijance urađeno je na isti način kao u primjeru iz sekcije 4.3 i ovdje ćemo ukratko pomenuti samo osnovne korake. Ulazni parametri za generisanje vremenskih serija iradijance su 12 mjesečnih prosjeka dnevne insolacije  $H_H$ , odnosno 12 mjesečnih prosjeka dnevnog indeksa vedrine  $K_t$ , koji se izračunavaju posredno iz insolacije. Ovi podaci za Banju Luku prikazani su u tabeli 4.5. Na osnovu mjesečnih prosjeka, u prvom koraku se generišu vještačke vremenske serije dnevnog indeksa vedrine [29], a u drugom koraku časovne serije ovog indeksa [30]. Množenjem sa vrijednošću iradijance na horizontalnu podlogu izvan atmosfere, iz indeksa vedrine se izračunava ukupna iradijansa na horizontalnu podlogu na površini zemlje (eng. *Global Horizontal Irradiance – GHI*). Korišćenjem BRL metode određuje se koji dio u ukupnoj iradijansi horizontalne podloge zauzima direktna, a koji difuzna komponenta zračenja [35].

Za izračunavanje snage fotonaponskog sistema potrebno je posjedovati podatke o iradijansi na ravan fotonaponskih modula. Ovu iradijansu program *DIgSILENT Power Factory* može izračunati na više načina, u zavisnosti od toga sa kojim ulaznim podacima raspoložemo. U konkretnom slučaju, ilustrovanom na

slici 4.27, odabrano je da ulazne podatke predstavljaju ukupna iradijansa na horizontalnu podlogu (GHI) i direktna iradijansa na horizontalnu podlogu (na slici označena sa DHI).



**SLIKA 4.27**

Kartica "Environment Data" u programu DigSILENT PowerFactory

### Modelovanje temperature

Modelovanje temperature urađeno je na isti način kao u primjeru iz sekcije 4.3 i ovdje ćemo pomenuti samo osnovne korake. Ulazni parametri za generisanje vremenskih serija temperature su 12 mjesečnih prosjeka temperature  $T$ . U prvom koraku se na osnovu mjesečnih prosjeka generišu vještačke vremenske serije prosječne dnevne temperature [47], dok se u drugom koraku na osnovu dnevnih prosjeka generišu vještačke vremenske serije temperature na časovnom nivou [48].

### Modelovanje potrošnje

Za modelovanje potrošnje je upotrijebljen sekvencijalni model u multiplikativnoj formi, čiji su principi predstavljeni u okviru sekcije 3.4.2. U navedenom modelu uvažava se promjena snage potrošnje u zavisnosti od doba dana  $i$  u zavisnosti od doba godine. Takođe, na vrijednost prosječne potrošnje, očekivane u nekom času, dodaje se određena komponenta slučajnog karaktera. U skladu sa navedenim principima, prividna snaga potrošača priključenog na sabirnice  $i$ , u času  $h$  tokom godine ( $h = \{1, 2, \dots, 8760\}$ ), modeluje se sljedećim izrazom:

$$S_i(h) = S_i^{\max} \cdot k_s(h) \cdot k_d(h) \cdot [1 + \sigma_s \cdot N_i(h)], \quad (4.31)$$

gdje je sa  $S_i^{\max}$  označena nominalna vrijednost potrošnje u čvoru  $i$  (onako kako je definisano parametrima standardne IEEE mreže sa 33 sabirnice),  $k_s$  je koeficijent sezonske promjene potrošnje,  $k_d$  je koeficijent dnevne promjene potrošnje,  $\sigma_s$  je

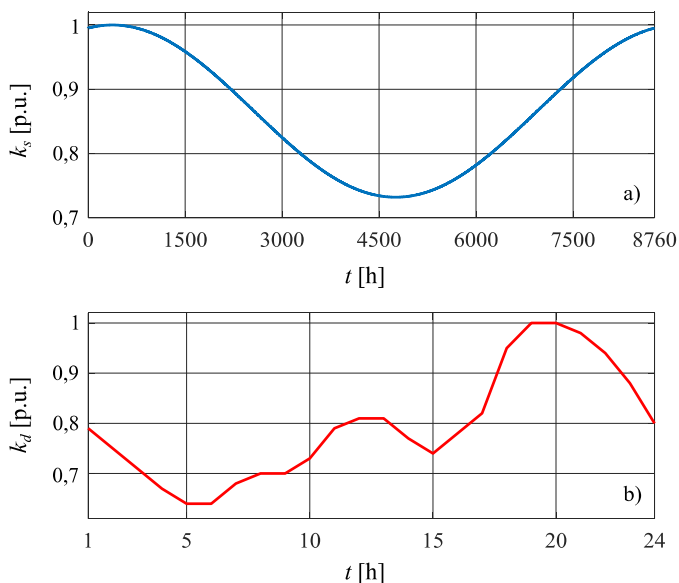
standardna devijacija časovne potrošnje, a  $N_i(h)$  je slučajni broj  $N(0,1)$  izvučen iz standardne Gausove raspodjele. U razmatranom primjeru uzeto je da standardna devijacija  $\sigma_s$  iznosi 5%. Na osnovu prividne snage, određuju se vrijednosti aktivne snage  $P_i$  i reaktivne snage potrošnje  $Q_i$ , smatrajući da je faktor snage  $\cos \varphi$  uvijek konstantan i jednak nominalnom faktoru snage, kako je definisano parametrima IEEE mreže sa 33 sabirnice.

Koeficijent sezonske promjene potrošnje  $k_s(h)$  modelovan je korišćenjem sinusnog zakona:

$$k_s(h) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{8760} \cdot h + \varphi\right) + O, \quad (4.32)$$

gdje su  $A$ ,  $\varphi$  i  $O$  parametri sinusne funkcije, koji se određuju interpolacijom na realnim podacima. U ovom primjeru vrijednosti parametara su:  $A = 0,1339$ ,  $\varphi = 1,3015$  rad i  $O = 0,8661$ . Promjena vrijednosti koeficijenta  $k_s$  tokom godine prikazana je dijagramom sa slike 4.28a.

Koeficijent dnevne promjene potrošnje  $k_d(h)$  određen je prema pretpostavkama iz rada [86]. Promjena vrijednosti koeficijenta  $k_d$  tokom dana prikazana je dijagramom sa slike 4.28b.



**SLIKA 4.28**

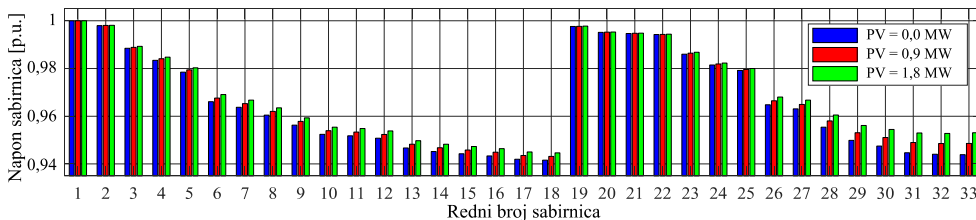
Usvojene vrijednosti koeficijenata promjene potrošnje: (a) sezonske i (b) dnevne

### 4.4.3 Osnovni rezultati

Uticaj integracije PV sistema istražen je analizom naponskih prilika i gubitaka aktivne snage test mreže. Ispitana su tri scenarija:

- (1) Referentni scenario (PV = 0), u kome se smatra da na mrežu nije priključen fotonaponski sistem;
- (2) Prosječni scenario (PV = 0,9 MW), sa priključenim PV sistemom odabrane snage;
- (3) Ekstremni scenario (PV = 1,8 MW), sa priključenim PV sistemom udvostručen snage.

Profil napona cijele mreže, prikazan u formi srednjih vrijednosti za period od 100 godina, za sva tri slučaja, predstavljen je na slici 4.29. Može se primijetiti da su za slučaj kada je nominalna snaga povezanog PV sistema 0 MW, srednje vrijednosti napona na sabirnicama najniže, osim za sabirnice 1, gdje ostaju iste, jer je u pitanju priključak napojne mreže. Takođe, s obzirom na to da je IEEE 33 mreža radijalna, srednja vrijednost napona na sabirnicama je najviša na počecima fiderâ. Povećanjem nominalne snage integrisanog PV sistema, srednje vrijednosti napona praktično na svim sabirnicama se povećavaju. Uticaj integrisanog PV sistema je neprimjetan za sabirnice koje su električno bliske napojnoj mreži, gdje napon iznosi 1 p.u.



**SLIKA 4.29**

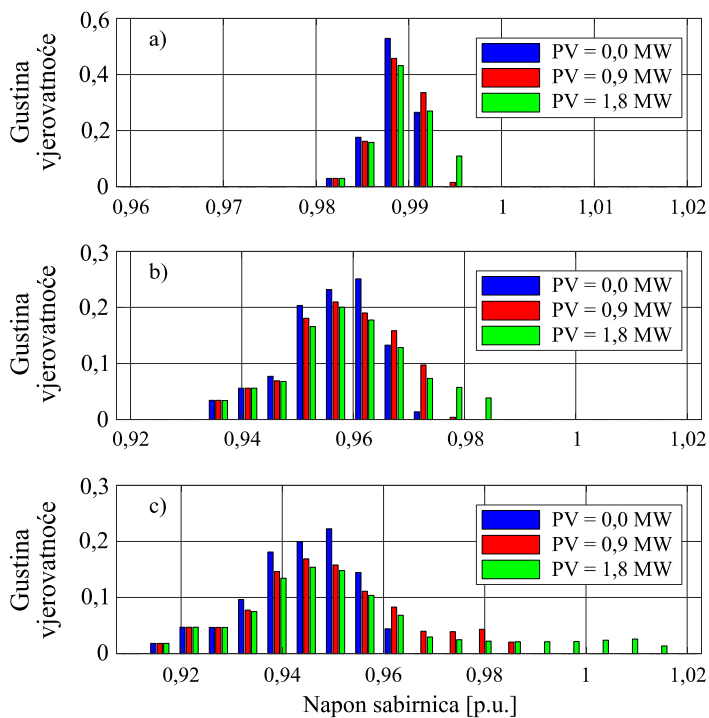
Profil napona (prosječne vrijednosti) kao rezultat simulacije na IEEE sistemu sa 33 sabirnice

Za detaljniju analizu naponskih prilika izdvojena su tri čvora različitog tipa:

- (1) sabirnice koje su električno bliske napojnoj mreži (sabirnice 3);
- (2) nasumično izabrane sabirnice u sredini mreže (sabirnice 9);
- (3) sabirnice na koje je povezan PV sistem (sabirnice 33).

Na slici 4.30 prikazani su histogrami napona za sabirnice 3, 9 i 33, za sva tri analizirana scenarija. Varijabilnost napona na sabirnici 3, koja je električno bliska napojnoj mreži, manja je nego na sabirnicama 9 i 33. Ovo takođe potvrđuje

činjenicu da PV sistem ima manji uticaj na sabirnice koje su dalje od PV sistema. Analizom histograma, matematičko očekivanje (prosječna vrijednost) napona raste sa povećanjem snage PV sistema, čak i na sabirnicama 3, gdje je uticaj PV sistema najmanji. Ovo takođe može biti potvrđeno analizom srednjih vrijednosti napona sa slike 4.29 i tabele 4.7.



**SLIKA 4.30**

Raspodjela vjerovatnoće pojave napona na sabirnicama: a) broj 3, (b) broj 9 i (c) broj 33

Na slici 4.31 ilustrovana je gustina vjerovatnoće gubitaka aktivne snage na vodovima i aktivne snage preuzete iz napojne mreže, za sve testirane scenarije. Slično prethodnoj analizi, poređenjem rezultata tri simulirana slučaja, može se zaključiti da, u situaciji kada je nominalna snaga PV sistema veća, gubici aktivne snage na vodovima su blago smanjeni (tabela 4.7).

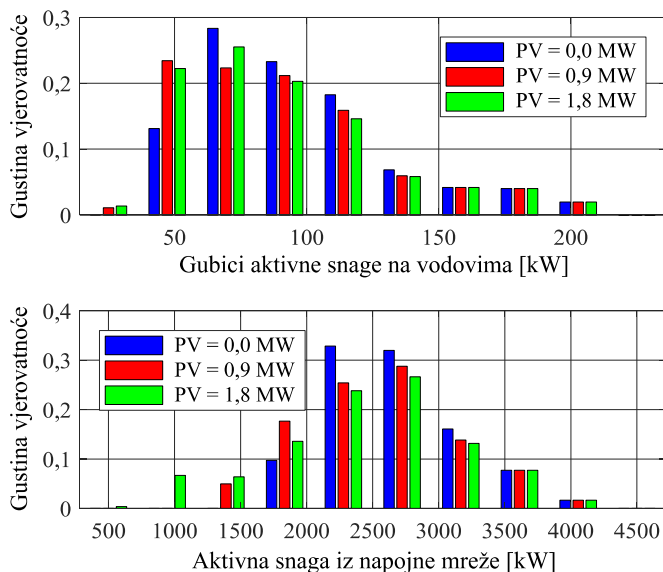
Aktivna snaga preuzeta iz napojne mreže osciluje u vremenu i zavisi od proizvodnje PV sistema i od profila potrošnje. Za analizirane slučajeve, može se zaključiti da srednje vrijednosti aktivne snage preuzete iz napojne mreže opadaju sa porastom nominalne snage PV sistema, što je prikazano u tabeli 4.7. Ipak,

primjećuje se da promjena srednje vrijednosti snage preuzete iz mreže nije izražena, bez obzira na priključenje relativno velikog PV sistema snage 1,8 MW. Mali uticaj integracije PV sistema od 1,8 MW pripisujemo njegovom relativno niskom faktoru kapaciteta, koji za Banju Luku iznosi  $CF = 12,79\%$ .

**TABELA 4.7**

Prosječne vrijednosti posmatranih promjenljivih

Prosječne vrijednosti posmatranih promjenljivih	Nominalna snaga PV sistema [MW]		
	0	0,9	1,8
Napon na sabirnicama 3 [p.u.]	0,98846	0,98888	0,98927
Napon na sabirnicama 9 [p.u.]	0,95628	0,95784	0,95930
Napon na sabirnicama 33 [p.u.]	0,94390	0,94862	0,95308
Gubici aktivne snage na vodovima [kW]	95,1930	90,0241	89,4594
Aktivna snaga iz napojne mreže [MW]	2,6532	2,5402	2,4319

**SLIKA 4.31**

Raspodjela vjerovatnoće gubitaka aktivne snage test mreže i aktivne snage preuzete iz napojne mreže



## 4.5 Dimenzionisanje samostalnog izvora za napajanje

Zahvaljujući razvoju tehnologije i smanjenju investicionih troškova, upotreba obnovljivih izvora energije postaje isplativa ne samo za primjenu u sistemima povezanim sa mrežom, nego i u formi samostalnih izvora za napajanje potrošača, koji se nalaze daleko od postojeće distributivne mreže [87]. Samostalni izvori su posebno atraktivni za elektrifikaciju ruralnih oblasti u zemljama u razvoju, jer podaci pokazuju da preko milijardu ljudi na svijetu i dalje nema pristup električnoj energiji, od kojih oko 600 miliona živi u Supsaharskoj Africi [88]. Mogućnosti ruralne elektrifikacije pomoću samostalnih obnovljivih izvora energije u Etiopiji [89], Zambiji [90] i Sijeri Leone [91], samo su neki od primjera koji su razmatrani u naučnim radovima. Samostalni izvori mogu se, takođe, koristiti i u razvijenim zemljama, za napajanje udaljene potrošnje kao što su potrošači na ostrvima, nacionalnim parkovima, farmama i odmorištima auto-puteva, ukoliko je to jeftinije od izgradnje distributivnog dalekovoda.

Među osnovnim manama obnovljivih izvora energije ističu se njihova intermitentnost i nepredvidljivost. Zbog ovog problema, napajanje je neophodno predimenzionisati, da bi se u periodima kada je obnovljivi izvor izdašan prikupilo dovoljno energije za korišćenje i tokom perioda kada primarni izvor energije nije dostupan. Na primjer, ako se za napajanje koristi samo fotonaponski sistem, neophodno je ugraditi veći broj fotonaponskih panela, da bismo energiju prikupljenu tokom centralnog dijela vedrog dana mogli koristiti noću i tokom narednih dana, ukoliko bude oblačno. Takođe je očigledno, da samostalni sistemi moraju posjedovati i uređaje za skladištenje energije. Predimenzionisana instalisana snaga i upotreba uređaja za skladištenje dovodi do toga da je cijena kilovat-časa iz samostalnog izvora za napajanje značajno veća od cijene iz sistema povezanog na mrežu.

Cijena energije iz samostalnog sistema može biti smanjena ukoliko se umjesto jednog izvora koristi hibridna kombinacija dva ili više komplementarnih izvora, izgrađenih u različitim tehnologijama [92]. Ispostavlja se da su hibridni sistemi napajanja, koji su formirani od fotonaponskih izvora i vjetroagregata, posebno isplativi, jer se pokazuje da kod takve kombinacije obnovljivih izvora na mnogim lokacijama postoji odlična kompatibilnost (kada nema Sunčevog zračenja ima vjetra i obrnuto) [93]. U hibridne vjetro-solarne sisteme često se dodaje i dizel-agregat, koji služi kao rezervni izvor napajanja, koji se koristi samo onda kada nijedan obnovljivi izvor nije raspoloživ, a baterija je potpuno ispražnjena.

Karakteristična vrsta potrošača, koja se može napajati hibridnim sistemom baziranim na obnovljivim izvorima energije, jeste bazna stanica mobilne telefonije. U tipičnoj baznoj stanici, uz energiju potrebnu za napajanje telekomunikacione opreme, značajna količina energije se utroši za napajanje uređaja za hlađenje. Istra-

živanja pokazuju da se u baznim stanicama izgrađenim u južnoevropskim zemljama na hlađenje utroši oko 40–45% od ukupno potrošene energije [94]. Na osnovu ovoga se zaključuje da je problematika optimalnog projektovanja hibridnog sistema napajanja bazne stanice izazovna, kako u pogledu izbora instalisane snage izvora energije i kapaciteta baterije, tako i u pogledu upravljanja uređajima za hlađenje [95]. U nastavku će biti predstavljena simulaciona platforma bazirana na Monte Karlo simulaciji pomoću koje je moguće analizirati rad bazne stanice mobilne telefonije u slučaju da se ona napaja pomoću samostalnog hibridnog sistema [96].

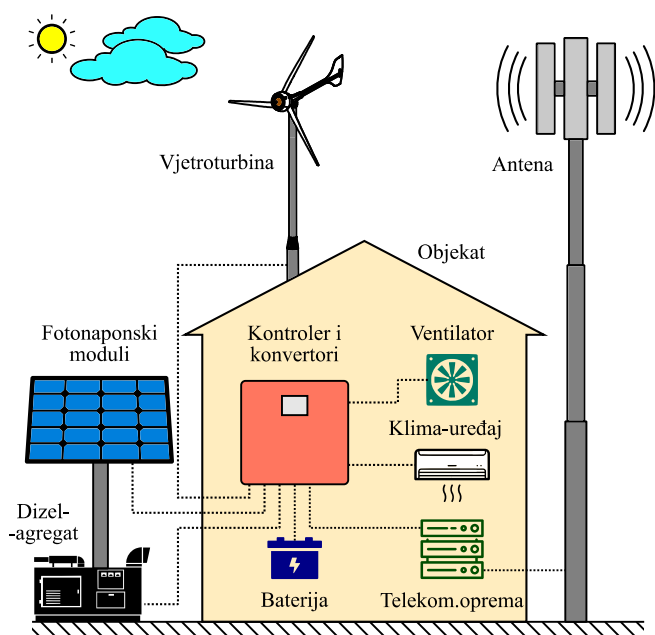
#### 4.5.1 Postavka problema

Sistem napajanja bazne stanice mobilne telefonije prikazan je na slici 4.32. Primarni izvori za napajanje su vjetroagregat i fotonaponski sistem, koji moraju imati i odgovarajuće elektronske konvertore. Kada proizvodnja ovih izvora prevaziđe potrebu potrošnje, višak proizvedene energije se koristi za punjenje baterije. Ako je baterija puna, višak proizvedene energije se disipira u otporniku. U suprotnom slučaju, kada proizvodnja nije dovoljna, potrošnja se snabdijeva iz baterije. U periodima kada se poveže više oblačnih dana sa slabim vjetrom, a i baterija se isprazni, za napajanje potrošnje upotrebljava se dizel-agregat.

Električna veza komponenti sistema prikazana je na slici 4.33. Osnovna potrošnja u baznoj stanici je telekomunikaciona elektronska oprema. Ova oprema se tipično napaja jednosmjernim naponom 48 V, pa se tako može povezati direktno na bateriju, bez korišćenja invertora. Klima-uređaj i ventilator se napajaju naizmjeničnim naponom 230 V, pa je inverter neophodan za transformaciju baterijskog napona. Klima-uređaj se koristi za hlađenje objekta bazne stanice u momentima kada je temperatura ambijenta viša od definisane granične vrijednosti. U drugim slučajevima, na primjer zimi ili tokom hladnih ljetnih noći, kao alternativu moguće je upotrijebiti ventilator, jer je tako potrošnja energije manja [97].

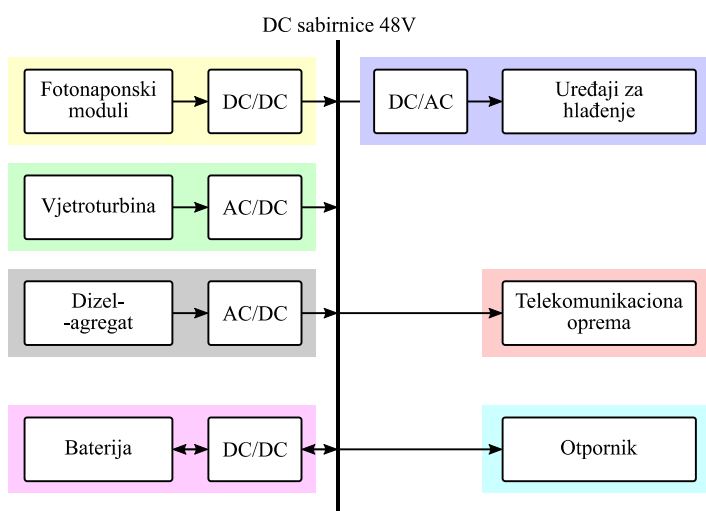
Zadatak je da se formira simulaciona platforma koja će kao ulaze koristiti meteorološke veličine (brzinu vjetra, iradijansu, temperaturu okoline) i potrošnju bazne stanice, a kao izlaze davati sve potrebne promjenljive stanja sistema kao što su proizvodnja izvora energije, stanje termostata klima-uređaja/ventilatora, temperatura unutar objekta bazne stanice, stanje napunjenosti baterije itd.

Namjena simulatora je da predstavlja ili samostalnu platformu za testiranje električnih i termičkih karakteristika bazne stanice ili modul u okviru optimizacionog algoritma za određivanje najpovoljnijih vrijednosti instalisane snage vjetroagregata i fotonaponskog sistema, kapaciteta baterije, te podešavanja parametara uređaja za hlađenje, koja dovode do maksimalne uštede energije.



SLIKA 4.32

Blok-dijagram posmatranog sistema



SLIKA 4.33

Električna veza komponenti posmatranog sistema

### 4.5.2 Primjena Monte Karlo simulacije

Za rješavanje postavljenog problema primjenjena je sekvencijalna Monte Karlo simulacija, jer je pomoću nje moguće modelovati tri veoma važne karakteristike razmatranog sistema:

- (1) Stohastičku i autoregresivnu prirodu obnovljivih izvora energije i potrošnje telekomunikacione opreme;
- (2) Činjenicu da stepen napunjenosti baterije u nekom intervalu posmatranja zavisi od stepena napunjenosti u prethodnom intervalu;
- (3) Stohastičku prirodu snage potrošnje uređaja za hlađenje, kao posljedicu stohastičke varijacije temperature i akcija algoritma za automatsko upravljanje.

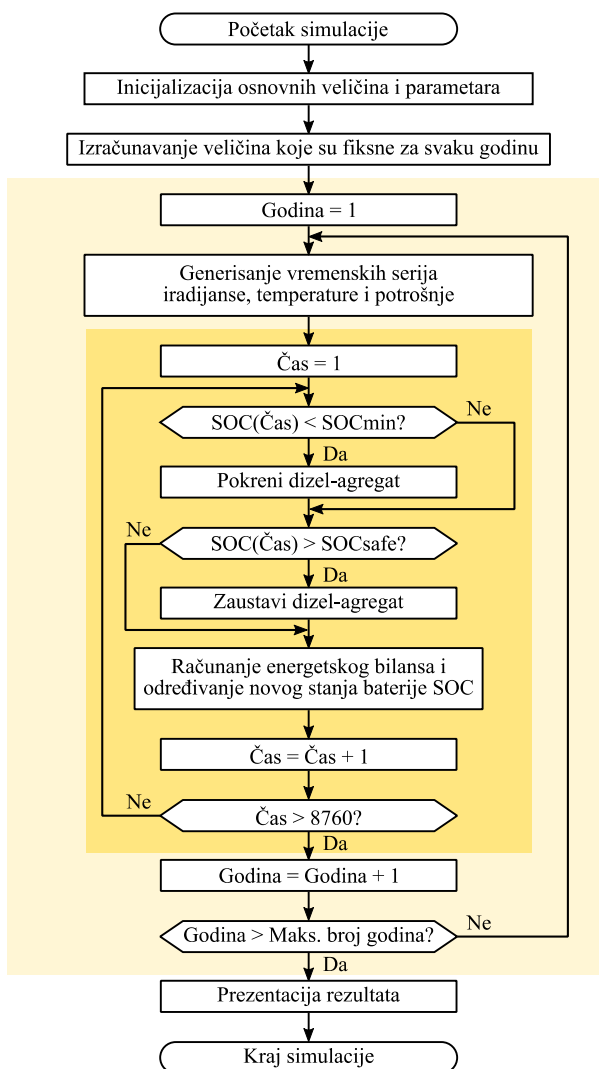
Sekvencijalna simulacija je računarski kompleksnija od nesekvencijalne, ali kao izlaz daje rezultate koji maksimalno prate realnost i koji pružaju detaljan uvid u stvarno ponašanje posmatranog sistema. Veza promjenljivih sa vremenom je očuvana, pa se tako dobijaju realistični trenuci izlaska/zalaska Sunca i promjene temperature u zavisnosti od doba dana ili sezone. Osobine autokorelacije i međusobne korelacije, mogu biti uvažene kod promjenljivih kod kojih je to potrebno.

Monte Karlo simulacija se obavlja sa osnovnim korakom od jednog časa. Jedino se za simulaciju termičkih procesa unutar objekta ispostavlja da je jedan čas previše dug interval, pa se u tom slučaju simulacija obavlja sa minutnom rezolucijom.

Algoritam simulacije je prikazan na slici 4.34. Na samom početku se učitavaju fiksni parametri simulacije kao što su, na primjer, mjesečni prosjeci klimatskih promjenljivih, lokacija bazne stanice, instalisane snage izvora, orijentacija fotonaponskih modula, karakteristike energetskih pretvarača i podešavanja termostata ventilatora i klima-uređaja. Potom se obavljaju proračuni determinističkih veličina koje se ne mijenjaju od godine do godine, kao što su, na primjer, uglovi položaja Sunca u zavisnosti od datuma i doba dana. Nakon navedene inicijalizacije, pokreće se petlja Monte Karlo simulacije koja se izvršava mnogo puta (tipično za 1 000 simulacionih godina). Za svaki čas se, pomoću odgovarajućih modela, generišu slučajne vrijednosti brzine vjetra, iradijansne, temperature i snage potrošnje telekomunikacione opreme. Ispituje se da li je baterija ispražnjena ispod minimalnog praga i da li je neophodno pokrenuti dizel-agregat, odnosno da li je baterija dostigla sigurni prag pri kojem se može isključiti dizel-agregat. Računa se da li se javlja višak ili manjak energije, te se pomoću bilansne jednačine određuje koliko bi se napunila odnosno ispraznila baterija tokom posmatranog časovnog intervala. Kada se simulacija jedne godine završi, rezultati se memorišu,

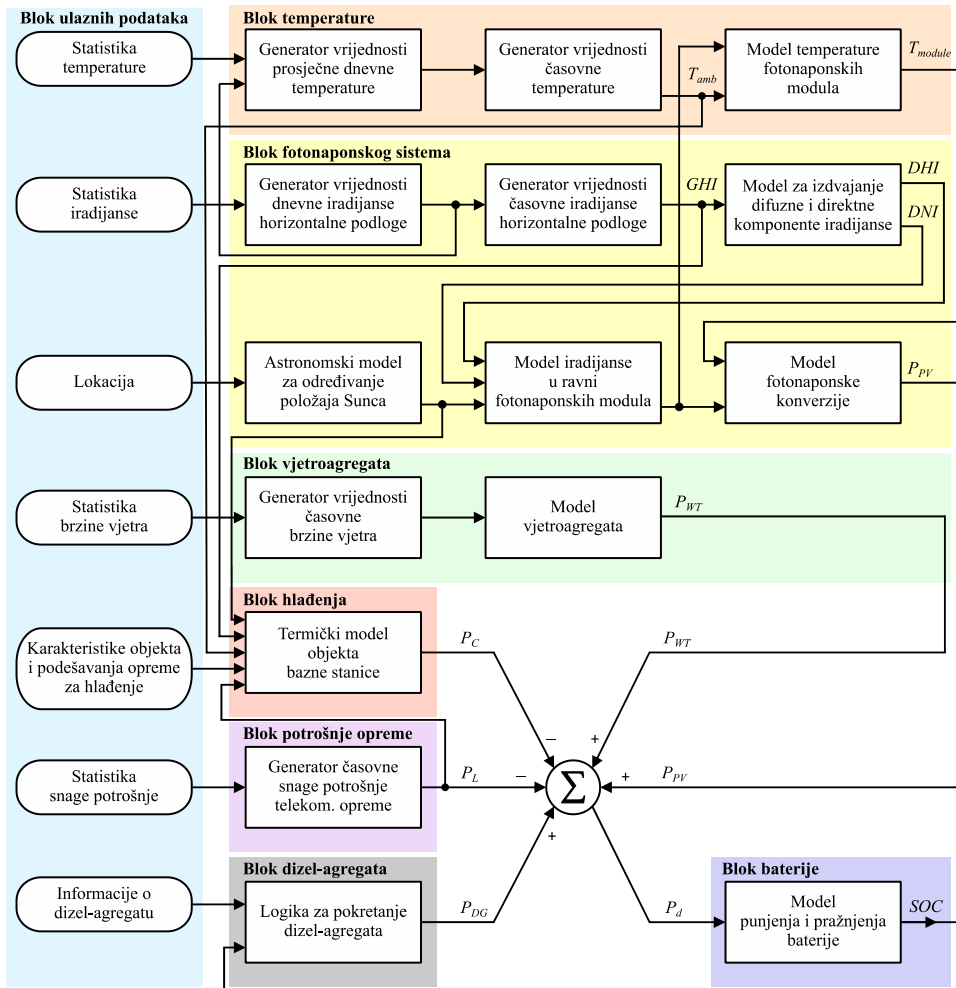
pa se nastavlja dalje, sve dok se ne prođe traženi broj godina. Na kraju se svi rezultati obrađuju i u sređenoj formi predstavljaju korisniku.

Veza pojedinih blokova u okviru simulatora prikazana je na slici 4.35.



**SLIKA 4.34**

Algoritam Monte Karlo simulacije



SLIKA 4.35

Veza pojedinih blokova u okviru simulatora

### Blok fotonaponskog sistema

Namjena bloka fotonaponskog sistema je da generiše časovne vremenske serije proizvodnje  $P_{PV}$ , korišćenjem ulaznih podataka o lokaciji sistema i statistike iradijance na posmatranoj lokaciji.

Simulacija iradijance urađena je na isti način kao u primjerima iz sekcija 4.3 i 4.4, pa ćemo ovdje ukratko pomenuti samo osnovne korake. Ulazni parametri za generisanje vremenskih serija iradijance su 12 mjesečnih prosjeka dnevne insolaci-

je  $H_H$ , odnosno 12 mjesečnih prosjeka dnevnog indeksa vedrine  $K_t$ , koji se izračunavaju posredno iz insolacije. Ovo je posebno važno, jer za udaljene planinske lokacije, na kojima se postavljaju bazne stanice, najčešće i nisu na raspolaganju detaljniji podaci osim mjesečnih prosjeka. Na osnovu mjesečnih prosjeka, u prvom koraku se generišu vještačke vremenske serije dnevnog indeksa vedrine [29], a u drugom koraku časovne serije ovog indeksa [30]. Množenjem sa vrijednošću iradijansa na horizontalnu podlogu izvan atmosfere, iz indeksa vedrine se izračunava ukupna iradijansa na horizontalnu podlogu na površini zemlje (eng. *Global Horizontal Irradiance* – GHI). Korišćenjem BRL metode određuje se koji dio u ukupnoj iradijansi horizontalne podloge zauzima direktna, a koji difuzna komponenta zračenja [35]. Direktna komponenta iradijansa se svodi u ravan modula koristeći standardne izraze koji uzimaju u obzir položaj Sunca na nebeskoj sferi i orijentaciju fotonaponskih modula [36], dok se za proračun difuzne komponente koristi Perezov anizotropski model [40]. Potrebni uglovi koji definišu položaj Sunca u odnosu na lokaciju fotonaponskih modula se proračunavaju u astronomskom modelu [32]. U završnom koraku, iradijansa fotonaponskih modula se transformiše u snagu  $P_{PV}$  koju sistem proizvodi na svojim priključcima jednosmjerne struje. Ovaj proračun se sprovodi primjenom metodologije koju je razvila Američka nacionalna laboratorija za obnovljivu energiju (NREL), gdje se u obzir uzimaju optički model zaštitnog stakla fotonaponskog modula, model fotonaponske konverzije, kao i modeli gubitaka u sistemu [42]. Sve pomenute metode, potrebne za generisanje vremenskih serija iradijansa i snage fotonaponskog sistema, detaljno su objašnjene u sekcijama 3.2.3 do 3.2.6.

### Blok temperature

Namjena bloka temperature je da generiše časovne vremenske serije temperature ambijenta  $T_{amb}$  i temperature fotonaponskih modula  $T_{module}$ .

Modelovanje temperature urađeno je na isti način kao u primjerima iz sekcija 4.3 i 4.4, pa ćemo ovdje pomenuti samo osnovne korake. Ulazni parametri za generisanje vremenskih serija temperature su 12 mjesečnih prosjeka temperature  $T$ . U prvom koraku se na osnovu mjesečnih prosjeka generišu vještačke vremenske serije prosječne dnevne temperature [47], dok se u drugom koraku, na osnovu dnevnih prosjeka, generišu vještačke vremenske serije temperature na časovnom nivou [48]. Kod generisanja časovnih vremenskih serija temperature koristi se i podatak o dnevnoj insolaciji, jer postoji korelacija između insolacije i dnevnog hoda temperature, između minimalne i maksimalne vrijednosti. Ova korelacija je i naznačena odgovarajućom vezom na blok-dijagramu sa slike 4.35. Metode iz radova [47] i [48], koji su potrebni za generisanje vremenskih serija temperature, detaljno su objašnjeni u sekciji 3.3.2.

Pošto izlazna snaga fotonaponskog sistema zavisi od temperature fotonaponskih modula, unutar temperaturnog bloka takođe se generišu i časovne serije temperature modula  $T_{modules}$  korišćenjem podataka o temperaturi okoline i iradijansi koja dospijeva na ravan fotonaponskih modula [42].

### Blok vjetroagregata

Namjena bloka vjetroagregata je da generiše časovne vremenske serije izlazne snage vjetroagregata  $P_{WT}$ .

Blok se sastoji od dvije sukcesivne transformacije. U prvoj transformaciji, generišu se časovne vremenske serije brzine vjetra, za šta se koristi metoda Dufo-Lopeza [8]. Ulazni podaci su mjesečni prosjeci brzine vjetra i faktor oblika Vejbulove funkcije raspodjele za razmatranu lokaciju, koji mogu da se pronađu u meteorološkim atlasima [9]. Navedena simulaciona metoda uvažava autokorelaciju prvog reda kod brzine vjetra, sa podrazumijevanim koeficijentom 0,9, koji se tipično javlja u praksi. Metoda Dufo-Lopeza detaljno je objašnjena u sekciji 3.1.2.

U drugoj transformaciji, na bazi brzine vjetra određuje se izlazna snaga vjetroagregata. Računajući s tim da se brzina vjetra simulira na visini anemometra od 10 m, neophodno je prvo da se odredi brzina vjetra na visini montaže vjetroagregata. To se može uraditi korišćenjem američkog eksponencijalnog obrasca:

$$v = v_{anem} \left( \frac{z}{z_{anem}} \right)^\alpha, \quad (4.33)$$

gdje je  $v_{anem}$  brzina vjetra na visini montaže anemometra,  $v$  brzina vjetra na visini montaže vjetroagregata,  $z_{anem}$  visina montaže anemometra,  $z$  visina montaže vjetroagregata, dok je  $\alpha$  koeficijent trenja kojim se modeluje hrapavost terena na lokaciji instalacije vjetroagregata. Umjesto ovog obrasca, neki autori koriste evropski transformacioni obrazac, dat izrazom (3.9). Znajući brzinu vjetra na odgovarajućoj visini, izlazna snaga se određuje na osnovu krive zavisnosti snage od brzine vjetra, koju u tabelarnoj formi obezbjeđuju proizvođači [98].

### Blok dizel-agregata

Namjena bloka dizel-agregata je da generiše časovne vremenske serije izlazne snage dizel-agregata  $P_{DG}$ .

Logika za upravljanje dizel-agregatom je veoma jednostavna. Agregat se pokreće kada stepen napunjenosti baterije opadne ispod definisanog minimalnog praga ( $SOC_{min}$ ). Agregat potom radi nominalnom snagom sve dok stepen napunjenosti baterije ne dostigne prag dovoljan za siguran nastavak rada sistema ( $SOC_{safe}$ ).



**Blok potrošnje telekomunikacione opreme**

Namjena bloka potrošnje telekomunikacione opreme je da generiše časovne vremenske serije snage potrošnje  $P_L$ .

Potrošnja telekomunikacione opreme u času  $h$  modelovana je pomoću sljedećeg izraza:

$$P_L(h) = P_{L,avg} [1 + \sigma_L \cdot N(0,1)], \quad (4.34)$$

pri čemu je  $P_{L,avg}$  prosječna potrošnja opreme,  $\sigma_L$  standardna devijacija, a  $N(0,1)$  je slučajan broj izvučen iz standardne normalne raspodjele.

Ovaj način modelovanja potrošnje izveden iz modela predstavljenog u sekciji 3.4.2, uz uvažavanje aproksimacije da se kod potrošnje opreme bazne stanice ne javljaju značajni dnevni, sedmični, ni sezonski trendovi.

**Blok potrošnje uređaja za hlađenje**

Namjena bloka potrošnje uređaja za hlađenje je da generiše časovne vremenske serije ukupne snage potrošnje  $P_C$ , koja uključuje klima-uređaj i ventilator. Potrošnja uređaja za hlađenje se računa korišćenjem podataka o ambijentalnim uslovima i podešavanjima upravljačkog algoritma. Svi važni termički procesi u objektu bazne stanice se uzimaju u obzir, kao što su: zagrijavanje objekta usljed disipacije elektronske opreme i Sunčevog zračenja, razmjena toplote sa okolinom kroz zidove objekta, te hlađenje objekta pomoću klima-uređaja ili ventilatora.

Polazna tačka u modelovanju je postavljanje diferencijalne jednačine za izračunavanje temperature unutar objekta bazne stanice  $T_i$ . Budući da prostor objekta, praktično, ima samo jednu termičku zonu, koristi se termički model prvog reda [94]:

$$\tau_c \cdot K_T \cdot dT_i = (Q_E + Q_S - Q_C - Q_T) \cdot dt, \quad (4.35)$$

gdje je:  $\tau_c$  termička vremenska konstanta objekta,  $K_T$  koeficijent razmjene toplote kroz zidove objekta,  $Q_E (= P_L)$  snaga disipacije telekomunikacione opreme,  $Q_S$  snaga zračenja Sunca koja zagrijava objekat,  $Q_C$  snaga hlađenja koju obezbjeđuje klima-uređaj ( $Q_{AC}$ ) ili ventilator ( $Q_F$ ), a  $Q_T$  toplota koja se razmjenjuje kroz zidove objekta.

Jednačina (4.35) se u simulatoru rješava numerički, sa inkrementom od jednog minuta, podrazumijevajući da će se uređaji za hlađenje uključivati i isključivati automatski, održavajući temperaturu unutar zadatog histerezisa. Na bazi nominalne snage i vremena rada, izračunava se potrošnja klima-uređaja ( $P_{AC}$ ) i ventilatora ( $P_F$ ). Ukupna električna snaga potrebna za hlađenje tokom zadatog časa  $h$  iznosi:

$$P_C(h) = P_{AC}(h) + P_F(h). \quad (4.36)$$

Za rješavanje jednačine (4.35), potrebno je odrediti sve tokove toplotne snage, o čemu se govori u nastavku.

*Snaga razmjene toplote kroz zidove i tavanicu objekta bazne stanice* zavisi od razlike ambijentalne temperature ( $T_{amb}$ ) i temperature unutar objekta ( $T_i$ ):

$$Q_T = U \cdot A_W \cdot (T_i - T_{amb}) = K_T \cdot (T_i - T_{amb}), \quad (4.37)$$

pri čemu je  $U$  koeficijent prolaska toplote kroz zidove, a  $A_W$  je ukupna površina zidova i tavanice objekta. Ova snaga može imati kako pozitivnu tako i negativnu vrijednost, budući da toplota napušta objekat noću i tokom hladnih dana, a dovodi se u objekat tokom vrelih ljetnih dana.

*Toplota koju odvede klima-uređaj*, takođe, zavisi od razlike ambijentalne temperature ( $T_{amb}$ ) i temperature unutar objekta ( $T_i$ ). U električnom smislu, klima-uređaj se može smatrati kao potrošač konstantne snage  $P_{AC, rated}$ , čije se uključivanje reguliše termostatom. Uređaj se uključuje kada temperatura unutar objekta pređe zadati gornji prag ( $T_{Con}$ ), a isključuje kada se temperatura spusti ispod donjeg praga ( $T_{Coff}$ ). Toplotna energija odvedena iz objekta određuje se pomoću relacije:

$$Q_{AC} = COP \cdot P_{AC, rated}, \quad (4.38)$$

gdje se koeficijent performansi klima-uređaja ( $COP$ ) može procijeniti pomoću sljedeće regresivne jednačine:

$$COP = a_0 + a_1 \cdot T_i + a_2 \cdot T_{amb} + a_3 \cdot T_i \cdot T_{amb}. \quad (4.39)$$

Vrijednosti konstanti, koje su određene interpolacijom na podacima realnog klima-uređaja, iznose:  $a_0 = 1.287$ ,  $a_1 = 0.117$ ,  $a_2 = -4.58 \cdot 10^{-3}$  and  $a_3 = -8.4 \cdot 10^{-4}$  [95].

*Toplota koju odvede ventilator* određuje se na analogan način. Ventilator se koristi u periodima kada je temperatura ambijenta relativno niska, jer se tada hlađenje uspješno obavlja uz manji utrošak električne energije. Hlađenje se sa klima-uređaja prebacuje na ventilator kada temperatura ambijenta opadne ispod zadatog praga  $T_{Fon}$ , a vraća na klima-uređaj kada poraste na  $T_{Fon} + 1^\circ\text{C}$ . Isti termostat se koristi za održavanje temperature unutar zadatog histerezisa, između  $T_{Con}$  i  $T_{Coff}$ , i tada kada radi ventilator. Toplotna snaga koju odvodi ventilator ( $Q_F$ ) proporcionalna je razlici između unutrašnje i vanjske temperature:

$$Q_F = H_v \cdot v_a \cdot A_v \cdot (T_i - T_{amb}) = K_F \cdot (T_i - T_{amb}), \quad (4.40)$$

gdje je:  $H_v$  zapreminski toplotni kapacitet vazduha,  $v_a$  brzina cirkulacije vazduha, a  $A_v$  površina ventilatorskog prozora.

*Toplota koja u objekat dopijeva zračenjem Sunca* određuje se pomoću vrijednosti iradijance izračunate u bloku fotonaponskog sistema, te potrebnih geometrijskih karakteristika. Toplota koju apsorbuje objekat računa se pomoću relacije [94]:

$$Q_S = G \cdot A_S \cdot (1 - \rho), \quad (4.41)$$

gdje je:  $G$  iradijansa,  $A_S$  projekcija površine objekta koja je izložena zračenju Sunca, a  $(1 - \rho)$  je koeficijent apsorpcije objekta. Kako je površina fotonaponskih panela relativno velika, njih je zgodno postaviti tako da u većem dijelu dana svojom siluetom zaklanjaju objekat. U tom slučaju, moguće je zanemariti uticaj zračenja Sunca na zagrijavanje objekta bazne stanice.

### Blok baterije i bilansiranje energije

Debalans između ukupne proizvodnje energije i ukupne potrošnje energije kompenzuje se pomoću baterije i otpornika za disipaciju. Debalans snage  $P_d$  se računa za svaki čas  $h$  u simuliranoj godini korišćenjem sljedeće jednačine:

$$P_d(h) = P_{WT}(h) + P_{PV}(h) + P_{DG}(h) - P_L(h) - P_C(h). \quad (4.42)$$

U ovom proračunu, sve vrijednosti snage se svode na nivo zajedničkih DC sabirnica, uz uvažavanje stepena efikasnosti energetskih konvertora. Debalans snage se koristi za ažuriranje informacije o stepenu napunjenosti baterije ( $SOC$ ). Stepennapunjenosti u nekom času  $h$  zavisi od stepena napunjenosti u prethodnom času  $h-1$ , prema Kulonovoj jednačini:

$$SOC(h) = \begin{cases} SOC(h-1) \cdot \left(1 - \frac{\sigma_B \cdot \Delta t}{24}\right) + \frac{P_d(h) \cdot \Delta t \cdot \eta_{B,cha}}{U_{B,rated} \cdot C_{B,rated}}, & \text{punjenje} \\ SOC(h-1) \cdot \left(1 - \frac{\sigma_B \cdot \Delta t}{24}\right) + \frac{P_d(h) \cdot \Delta t}{U_{B,rated} \cdot C_{B,rated} \cdot \eta_{B,dis}}, & \text{pražnjenje} \end{cases} \quad (4.43)$$

gdje je:  $\eta_{B,cha}$  stepen efikasnosti punjenja baterije,  $\eta_{B,dis}$  stepen efikasnosti pražnjenja baterije,  $C_{B,rated}$  nominalni kapacitet baterije,  $U_{B,rated}$  napon baterije koji se smatra konstantnim i jednakim nominalnom naponu,  $\sigma_B$  stepen samopražnjenja baterije, a  $\Delta t$  trajanje simulacionog intervala, koji u ovom slučaju iznosi jedan čas.

Za baterije se obično daje ukupni stepen efikasnosti koji uključuje sukcesivno punjenje, pa pražnjenje. U ovom primjeru će se smatrati da je stepen efikasnosti punjenja baterije  $\eta_{B,cha}$  jednak ukupnom stepenu efikasnosti, a da je stepen efikasnosti pražnjenja baterije  $\eta_{B,dis}$  jednak jedinici [99].

Ukoliko vrijednost stepena napunjenosti baterije dostigne 100% tokom punjenja, višak energije se disipira na otporniku, tako da baterija ostaje potpuno napunjena i na kraju intervala. Ukoliko stepen napunjenosti tokom pražnjenja padne na  $SOC_{min}$ , pokreće se dizel-agregat kako bi se baterija zaštitila od nedozvoljenog pražnjenja. Snaga dizel-agregata treba da bude dovoljno velika tako da se stepen napunjenosti baterije uvijek održava iznad  $SOC_{min}$ .

### 4.5.3 Osnovni rezultati

Predstavljena simulaciona metoda testirana je na primjeru potencijalne bazne stanice koja bi se mogla izgraditi u selu Tvrdoš, Grad Trebinje, Republika Srpska (42,72 N; 18,32 E). Budući da se nalazi relativno blizu jadranske obale, Tvrdoš je mjesto sa preovlađujućom mediteranskom klimom, koju karakterišu jaki vjetrovi i obilje sunčanog vremena. Pretpostavlja se da snaga potrošnje telekomunikacione elektronske opreme ima prosječnu vrijednost 2 kW i standardnu devijaciju 0,1 kW. Objekat bazne stanice se hladi klima-uređajem snage 1,4 kW i ventilatorom snage 500 W. Skup proizvodnih jedinica čine vjetroagregat snage 5 kW, fotonaponski sistem snage 10 kW i dizel-agregat snage 5 kW, dok je kapacitet baterije 2 000 Ah. Sve navedene vrijednosti su odabrane proizvoljno, po inženjerskom iskustvu. Ne može se suditi o tome da li su odabrane vrijednosti bliske optimalnim, sve dok se takođe ne zadaju investicioni i operativni troškovi sistema, te optimizaciona kriterijumska funkcija. Na osnovu mjesečnih prosjeka klimatskih pokazatelja za mjesto Tvrdoš, prikazanih u tabeli 4.8, zaključuje se da su i brzina vjetera i zračenje Sunca izdašni, te da su sezonski međusobno komplementarni.

**TABELA 4.8**

Klimatske karakteristike mjesta Tvrdoš

Tvrdoš, RS, BA: Geografska širina 42,72 N; Geografska dužina 18,32 E												
	Jan	Feb	Mar	Apr	Maj	Jun	Jul	Avg	Sep	Okt	Nov	Dec
$avg(v)$	8,78	8,70	9,15	8,03	6,32	6,03	6,40	6,25	6,10	7,37	7,07	9,15
$avg(K_t)$	0,44	0,44	0,48	0,53	0,56	0,61	0,65	0,66	0,60	0,55	0,49	0,47
$avg(T)$	8,6	8,7	10,4	13,1	16,7	20,6	23,5	23,6	20,5	16,6	13,4	9,6

Oznake u tabeli:  $v$  – brzina vjetra u m/s na visini od 10 metara,  $K_t$  – dnevni indeks vedrine,  $T$  – dnevna temperatura u °C.

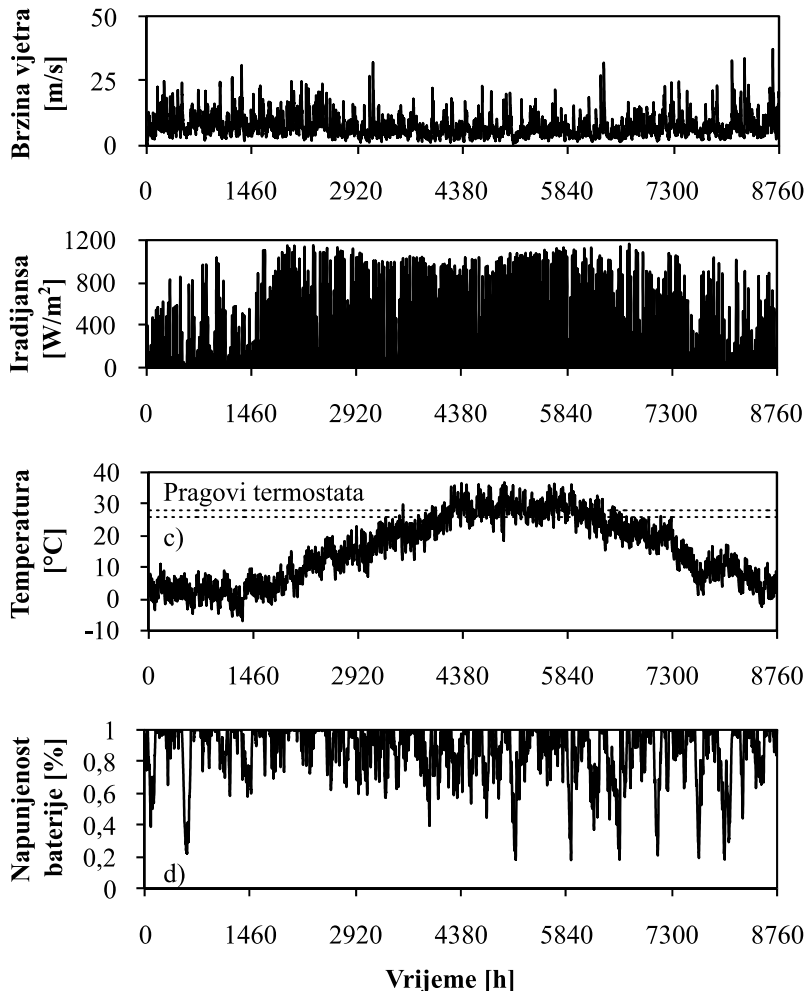
Monte Karlo simulacija je obavljena na vremenskom horizontu od 1 000 godina, kako bi metoda konvergirala. Ostali važni parametri sistema su dati u tabeli 4.9.

**TABELA 4.9**

Osnovne karakteristike mreže prije priključenja fotonaponskog sistema

Parametar	Vrijednost
Instalisana snaga vjetroagregata	5 kW
Instalisana snaga fotonaponskog sistema	10 kW
Elevacioni ugao nagiba fotonaponskih modula $\Sigma$	50°
Azimutalni ugao fotonaponskih modula $\phi_C$	0° (ka jugu)
Efikasnost DC-DC konvertora	0,95
Efikasnost invertora/ispravljača	0,90
Instalisana snaga dizel-agregata	5 kW
Kapacitet baterije	2 000 Ah
Nominalni napon baterije	48 V
Efikasnost baterije (punjenje+pražnjenje)	0,85
Stepen samopražnjenja baterije	0,8% na dan
Električna snaga ventilatora	500 W
Električna snaga klima-uređaja	1 400 W
Temperatura uključanja klima-uređaja $T_{Con}$	28°C
Temperatura isključenja klima-uređaja $T_{Coff}$	26°C
Temperatura prelaska na ventilatorsko hlađenje $T_{Von}$	13°C
Temperatura prestanka ventilatorskog hlađenja $T_{Voff}$	14°C
Prosječna snaga potrošnje telekomunikacione opreme	2 kW
Standardna devijacija potrošnje telekomunikacione opreme	0,1 kW
Minimalni stepen napunjenosti baterije $SOC_{min}$	0,20
Napunjenost baterije za isključenje dizel-agregata	0,80
Koef. prenosa toplote kroz zidove objekta bazne stanice $K_T$	21 W/°C
Koef. prenosa toplote ventilatorom $K_F$	108 W/°C
Termička vremenska konstanta objekta bazne stanice $T_c$	8 h

Na slici 4.36 prikazane su časovne vremenske serije karakterističnih simuliranih promjenljivih za jednu test godinu: brzine vjetra na visini od 10 m, iradijance u ravni fotonaponskih modula, temperature okoline i stepena napunjenosti baterije.

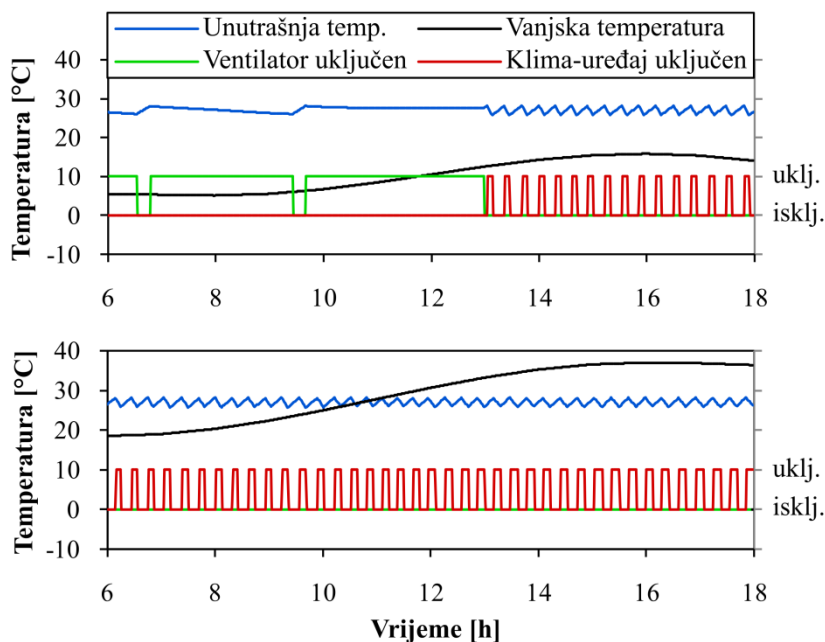


SLIKA 4.36

Dijagrami vrijednosti osnovnih promjenljivih tokom jedne simulacione godine

Na slici 4.37 prikazano je kako se mijenjaju temperatura ambijenta i temperatura unutar objekta bazne stanice tokom jednog zimskog dana (gornji dijagram) i jednog ljetnog dana (donji dijagram). Bez obzira na promjene temperature ambijenta, te promjene u proizvedenoj i potrošenoj energiji, uređaji za hlađenje održavaju unutrašnju temperaturu unutar definisanih granica (u ovom primjeru postavljениh na 26°C i 28°C). Tokom ljetnog dana, za hlađenje se koristi isključivo klima-uređaj, koji se automatski uključuje i isključuje nekoliko puta na čas. Tokom zim-

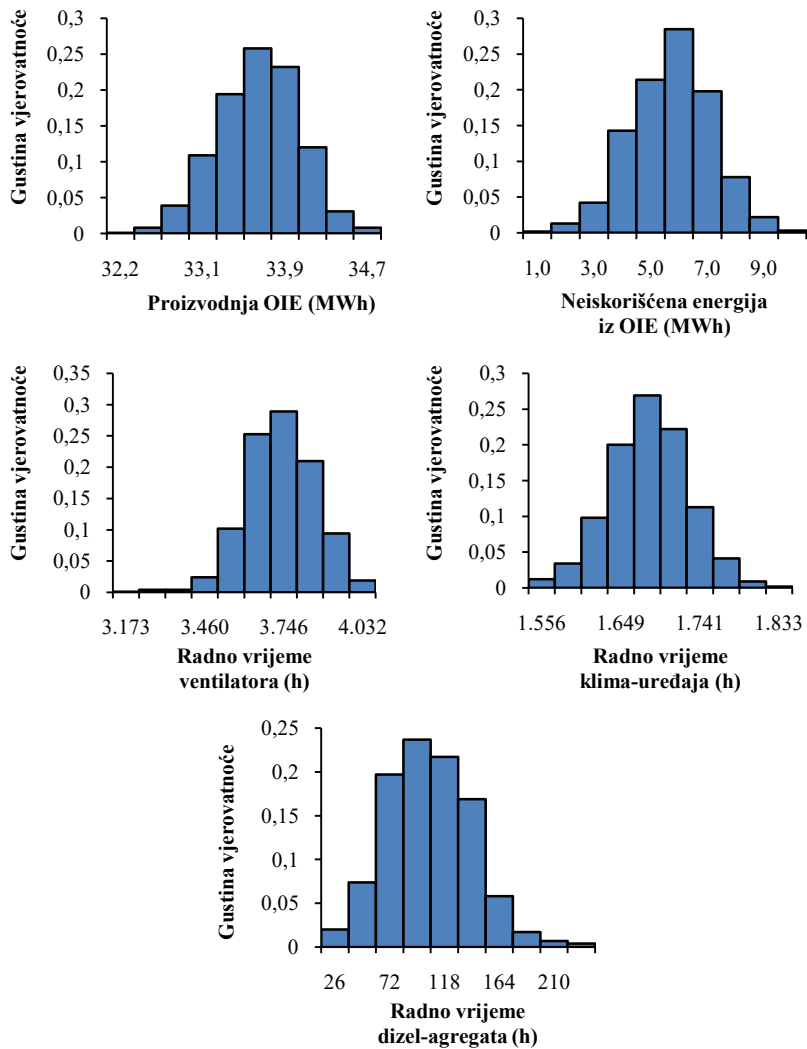
skog dana, zbog nižih temperatura okoline, ujutro je dovoljno hlađenje obavljati ventilatorom, dok je u popodnevним časovima neophodna upotreba klima-uređaja.



**SLIKA 4.37**

Detalj iz simulacije: Ventilatorsko hlađenje je dovoljno tokom zimskog jutra, dok je rad klima-uređaja neophodan popodne (slika gore); Upotreba klima-uređaja je neophodna neprekidno tokom ljetnog dana (slika dolje).

Na slici 4.38 prikazani su histogrami karakterističnih promjenljivih, dobijenih kao rezultat simulacije sa 1 000 test godina. Proizvodnja OIE predstavlja ukupnu energiju koju su obnovljivi izvori injektirali na zajedničke DC sabirnice. Neiskorišćena energija iz OIE je ukupna količina energije koja je disipirana na otporniku. Razlika između proizvedene i potrošene (ili neiskorišćene) energije svodi se na gubitke konverzije, koji se javljaju u energetske pretvaračima i bateriji. U drugom i trećem redu slike 4.38 prikazani su histogrami vremena kojeg su, u toku godine, u radu proveli ventilator, klima-uređaj i dizel-agregat.

**SLIKA 4.38**

Histogrami za pet reprezentativnih promjenljivih

Na kraju, još jednom treba napomenuti da se razvijenim simulatorom analizira rad bazne stanice mobilne telefonije za jedinstven, unaprijed definisan, skup ulaznih parametara. O problematici mijenjanja vrijednosti ulaznih parametara u svrhu optimizacije po nekom zadatom kriterijumu, govori se u narednoj sekciji.



## 4.6 Mogućnosti optimizacije primjenom Monte Karlo simulacija

Optimizacija je proces traženja najboljeg mogućeg rješenja, u skladu sa zadatim kriterijumima. Optimizacioni zadaci u elektroenergetici su, na primjer, minimizacija troškova ili minimizacija gubitaka električne energije u nekom sistemu. Matematički gledano, optimizacioni zadatak se formuliše kao funkcija cilja (eng. *objective function*) za koju je potrebno pronaći minimum ili maksimum, uz zadovoljavanje traženih ograničenja. Optimizacioni zadaci se, tipično, rješavaju klasičnim metodama baziranim na računanju izvoda funkcije (gradijentna metoda, Njutnova metoda) ili metaheurističkim metodama (genetski algoritmi, kolonije mrava, diferencijalna evolucija) [100].

Ako optimizacioni zadatak ima stohastičku prirodu, izračunavanje funkcije cilja najčešće ne dovodi do jedinstvenog determinističkog rezultata, nego svako ponavljanje proračuna daje drugačije rješenje. Vrijednost funkcije cilja se tako dobija u obliku nove slučajne promjenljive. Iz ovog razloga se optimizacioni zadaci u stohastičkim sistemima tipično definišu kao traženje minimuma (ili maksimuma) matematičkog očekivanja funkcije cilja.

U potrazi za najpovoljnijom vrijednošću funkcije cilja, potrebno je na sistematičan način varirati vrijednosti ulaznih parametara. Veoma jednostavan način za variranje ulaznih parametara predstavlja pretraživanje cijelog višedimenzionog prostora mogućih rješenja, sa odgovarajućom rezolucijom [101]. Rezolucija se određuje kao kompromis između preciznosti rješenja i vremena potrebnog za izvršenje proračuna. Ukoliko je broj ulaznih parametara previše veliki i ukoliko izračunavanje funkcije cilja traje veoma dugo, gubi se smisao primjene navedenog algoritma u praksi. Srećom, algoritam optimizacije se može ubrzati ukoliko se ne ispituje cijeli prostor ulaznih parametara, nego se ulazne vrijednosti biraju uz pomoć neke od metaheurističkih metoda. U radu [102] pokazano je da se metoda dijeljenja pravougaonika (eng. DIRECT – *Dividing Rectangles*) i Monte Karlo simulacija uspješno kombinuju za efikasno rješavanje stohastičkih optimizacionih zadataka.

DIRECT metoda je originalno razvijena za traženje globalnog minimuma funkcije sa više promjenljivih, pri čemu je svaka promjenljiva ograničena na svoj segment unutar skupa realnih brojeva [103]. Ukoliko postoji  $n$  promjenljivih, oblast mogućih rješenja predstavlja hiperpravougaonik u  $n$ -dimenzionalnom prostoru. Oblast rješenja se, zatim, iterativno dijeli trisekcijama na manje hiperpravougaonike i funkcija cilja se izračunava u centrima određenih hiperpravougaonih ćelija. Potencijalno optimalni hiperpravougaonici se identifikuju i prosljeđuju sljedećoj iteraciji, radi daljeg dijeljenja i ispitivanja. Na osnovu vrijednosti funkcije cilja i veličine

hiperpravougaonika određuju se ćelije koje predstavljaju dobre kandidate za podjelu. Dijeljenjem malih ćelija, sa niskim vrijednostima funkcije cilja, održava se konvergencija ka rješenju sa željenom tačnošću, dok se dijeljenjem velikih ćelija pretražuje preostali neistražen prostor rješenja, kako bi se otkrio skriveni globalni optimum, ako eventualno postoji.

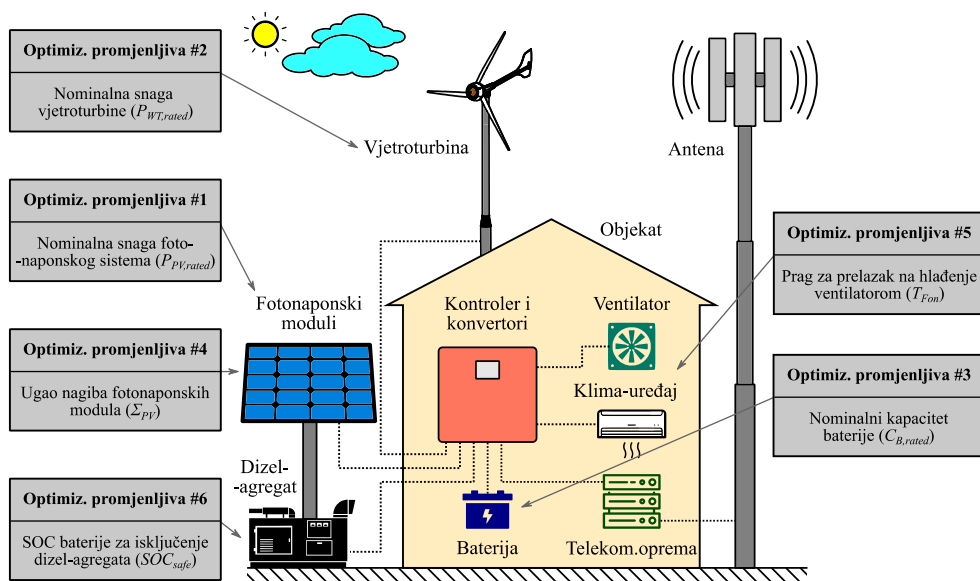
Iako je osnovna DIRECT metoda namijenjena za optimizaciju determinističkih funkcija, ona se može uspješno primijeniti i na stohastičkim funkcijama. Funkcija cilja u stohastičkim problemima se jednostavno izračunava izvršavanjem Monte Karlo simulacije definisani broj puta i uzimanjem prosječne vrijednosti kao traženi rezultat. Ovo je takozvani „naivni” način primjene DIRECT metode u kombinaciji sa Monte Karlo metodom, koji se može primijeniti za rješavanje mnogih stvarnih problema optimizacije [104].

#### 4.6.1 Postavka problema

U postavci zadatka nadovezaćemo se na primjer iz sekcije 4.5, u kome se posmatra napajanje bazne stanice mobilne telefonije samostalnim hibridnim sistemom, sačinjenim od vjetroagregata, fotonaponskog sistema, dizel-agregata i baterije. Za razliku od postavke iz sekcije 4.5, gdje su svi ulazni parametri fiksni i zadati, u ovom primjeru ćemo vrijednosti pojedinih parametara proglasiti nepoznatim, koje je potrebno odrediti procesom optimizacije (minimizacije ukupnih godišnjih troškova). Broj optimizacionih promjenljivih u ovom primjeru je šest i sve su prikazane na slici 4.39.

Fotonaponski sistem i vjetroagregat su primarni izvori energije za baznu stanicu, dok se baterija koristi za kompenzaciju intermitencije koja prirodno postoji u Sunčevom zračenju i brzini vjetra. Zbog toga su nominalne snage fotonaponskog sistema ( $P_{PV, rated}$ ) i vjetroagregata ( $P_{WT, rated}$ ), kapacitet baterije ( $C_{B, rated}$ ) i ugao nagiba fotonaponskih modula ( $\Sigma_{PV}$ ) izabrani da budu optimizacione promjenljive. Dizel-agregat se koristi samo kada nema dostupnih obnovljivih resursa i kada je baterija ispražnjena do minimalno dozvoljenog stanja. U tim okolnostima, dizel-agregat radi svojom nominalnom snagom sve dok se ne dostigne novi, unaprijed definisani, prag bezbjednog stepena napunjenosti baterije. Ovakvim režimom rada obezbeđuje se kako jednostavnost upravljanja, tako i maksimalna energetska efikasnost. Bezbjedan prag stepena napunjenosti baterije ( $SOC_{safe}$ ) takođe se tretira kao optimizaciona promjenljiva. Zbog disipacije snage opreme i uticaja ambijentalnih uslova, objekat bazne stanice je potrebno hladiti birajući između klima-uređaja i ventilatora. Upotreba klima-uređaja je neophodna za odvođenje toplote iz objekta kada je temperatura okoline visoka, obično tokom ljeta. Nasuprot

tome, zimi i tokom hladnih ljetnih noći, umesto klima-uređaja moguće je koristiti ventilator, jer je tako potrošnja energije manja. U skup optimizacionih promjenljivih zato je dodat i temperaturni prag ( $T_{Fon}$ ), pri kojem hlađenje pomoću ventilatora postaje energetski efikasnije od korišćenja klima-uređaja.



SLIKA 4.39

Posmatrani sistem i lista optimizacionih promjenljivih

Optimizaciona funkcija cilja, koju je potrebno minimizovati, definisana je kao matematičko očekivanje sume svih godišnjih troškova  $C_{ann, tot}$ . Formalna matematička definicija funkcije cilja je:

$$\text{Minimizovati } E[C_{ann, tot}(\vec{x})] \text{ pod ograničenjima } x_j^{\min} \leq x_j \leq x_j^{\max},$$

pri čemu je  $\vec{x}$  vektor optimizacionih promjenljivih:

$$\vec{x} = [P_{PV, rated}; P_{WT, rated}; C_{B, rated}; \Sigma_{PV}; T_{Fon}; SOC_{safe}].$$

Ukupni godišnji troškovi  $C_{ann, tot}$  modeluju se kao suma fiksnih troškova  $C_{fix}$  i varijabilnih troškova  $C_{var}$ :

$$C_{ann, tot} = C_{fix} + C_{var}. \quad (4.44)$$

Fiksni troškovi se sastoje od svih stalnih ili povremenih troškova (investicioni troškovi i troškovi održavanja), koji zavise od veličine sistema, a ne zavise od radnog režima. Varijabilni troškovi su troškovi rada sistema koji zavise od režima, a koji se suštinski svode na troškove dizel-goriva koje potroši dizel-agregat. Ukoliko se izaberu vjetroagregat i fotonaponski sistem velike instalisane snage, te baterija velikog kapaciteta, investicioni troškovi biće veći, ali će potreba za radom dizel-agregata biti manja. U drugoj krajnosti, ukoliko se izabere manja snaga izvora energije i manji kapacitet baterije, dizel-agregat će raditi češće i troškovi goriva biće veći. Traženje minimuma ukupnih troškova sistema, praktično, svodi se na traženje idealnog balansa između fiksnih i varijabilnih troškova.

Fiksni troškovi se računaju pomoću faktora povrata kapitala (eng. *Capital Recovery Factor – CRF*) i neto sadašnjih troškova (eng. *Net Present Costs – NPC*) prema sljedećoj formuli [105]:

$$C_{fix} = CRF(i, N) \cdot NPC = \frac{i(1+i)^N}{(1+i)^N - 1} \cdot \sum_{k=1}^N \left[ \frac{1}{(1+i)^k} (C_{cap} + C_{rep} + C_{o\&m} - C_{sal}) \right], \quad (4.45)$$

gdje je  $N$  trajanje životnog vijeka sistema u godinama,  $i$  je stvarna interesna stopa sa uvažavanjem inflacije,  $C_{cap}$  iznos investicionih troškova,  $C_{rep}$  iznos troškova zamjene elemenata sistema,  $C_{o\&m}$  iznos troškova rada i održavanja, a  $C_{sal}$  je preostala vrijednost sistema, za svaku  $k$ -tu godinu rada.

Varijabilni troškovi se računaju po sljedećoj formuli:

$$C_{var} = C_{DG} \cdot T_{DG}, \quad (4.46)$$

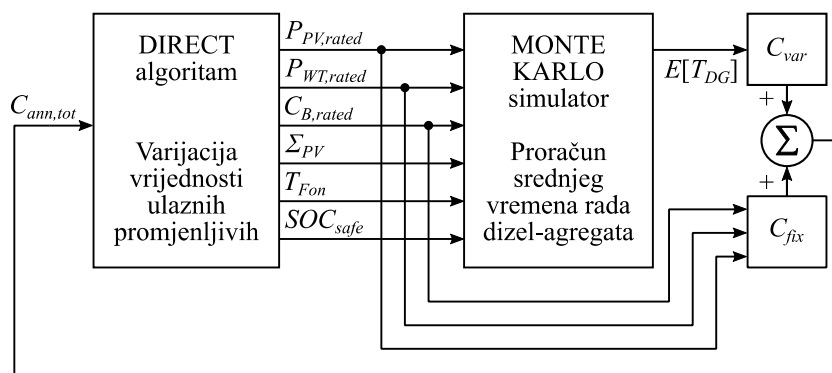
gdje  $C_{DG}$  označava troškove dizel-agregata, koji uključuju troškove goriva i održavanja u zavisnosti od vremena rada, a  $T_{DG}$  je broj časova rada dizel-agregata u toku jedne godine.

#### 4.6.2 Primjena Monte Karlo simulacije

Za rješavanje zadatka izbora vrijednosti nepoznatih parametara sistema, u svrhu minimizacije ukupnih godišnjih troškova, primjenjuje se kombinacija DIRECT algoritma i Monte Karlo simulacije, prema ilustraciji sa slike 4.40.

U postupku optimizacije variraju se vrijednosti šest ulaznih promjenljivih kako bi se pronašao minimalni iznos godišnjih troškova sistema  $C_{ann,tot}$ . Inicijalizacija se vrši odabirom vrijednosti za svaku promjenljivu tačno iz sredine datog

prostora rješenja, a potom se domen korak po korak dijeli na trećine u potrazi za hiperpravougaonicima koji su potencijalno optimalni. Za svaki skup ulaznih promjenljivih, ukupni godišnji troškovi  $C_{ann,tot}$  se određuju kao zbir fiksnih i varijabilnih troškova i koriste se za ispitivanje DIRECT metodom. Fiksni troškovi  $C_{fix}$  se određuju pomoću jednačine (4.45), dok se varijabilni troškovi  $C_{var}$  moraju odrediti pomoću Monte Karlo simulatora sistema, predstavljenog u okviru poglavlja 4.5. Varijabilni troškovi praktično zavise samo od broja radnih časova dizel-agregata  $T_{DG}$ , kao što je navedeno u jednačini (4.46). Vrijeme rada dizel-agregata zavisi od izabranih veličina elemenata sistema i podešavanja upravljačkih uređaja, kao i od meteoroloških promjenljivih, koje se stohastički mijenjaju. Optimizaciona metoda koristi matematičko očekivanje  $T_{DG}$ , koje se procjenjuje na osnovu 100 iteracija Monte Karlo simulacije, što predstavlja kompromis između računskog opterećenja i tačnosti rezultata.



**SLIKA 4.40**

Optimizaciona metoda kao kombinacija DIRECT algoritma i Monte Karlo simulacije

### 4.6.3 Osnovni rezultati

Razvijena optimizaciona metoda testirana je na primjeru potencijalne baze stanice koja bi se mogla izgraditi u selu Tvrdoš, Grad Trebinje, Republika Srpska (42,72 N; 18,32 E), koja je razmatrana i u okviru poglavlja 4.5, tako da su svi fiksni podaci preuzeti iz tabela 4.8 i 4.9. Vrijednosti funkcije cilja za minimizaciju ukupnih troškova izračunavaju se korišćenjem ekonomskih pokazatelja prikazanih u tabeli 4.10. Pretpostavlja se da je cijena dizel-goriva 0.3 €/kWh<sub>e</sub>, u šta su uključeni maloprodajna cijena i troškovi logistike. Prema uslovima koji su u Bosni i Hercegovini vladali 2021. godine, stvarna interesna stopa je postavljena na 3,06%. Životni vijek sistema iznosi 20 godina.

**TABELA 4.10**

Ekonomski pokazatelji sistema [106],[107]

Komponenta	Investicioni troškovi	Troškovi rada i održavanja	Životni vijek
Fotonaponski sistem	1100 €/kW	8,5 €/kW/god	25 godina
Vjetroagregat	3400 €/kW	17 €/kW/god	20 godina
Invertor	680 €/kW	0 €/kW/god	15 godina
Dizel-agregat	315 €/kW	0,35 €/kW/h *	20 godina
Baterija **	8 €/Ah @48V	%3 of inv. cost	10 godina
Klima-uređaj	385 €/kW	10 €/kW/god	15 godina
Ventilator ***	200 €/kW	0 €/kW/god	10 godina

\* Ukupni troškovi rada i održavanja dizel-agregata uključuju troškove goriva i održavanja;

\*\* Dobijeno interpolacijom podataka za OPzS baterije kompanije HÖppecke, koji su dostupni na internet stranici [www.off-grid-europe.com](http://www.off-grid-europe.com);

\*\*\* Podaci lokalnog prodavca.

Granice domena rješenja su izabrane na osnovu inženjerskog iskustva i nekoliko preliminarnih testova izvršenih prije finalnog pokretanja algoritma optimizacije. Izabrane granične vrijednosti optimizacionih promjenljivih su date u tabeli 4.11.

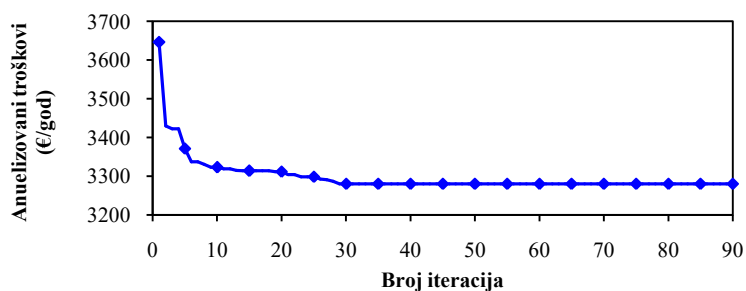
Rezultati predložene optimizacione metode prikazani su u krajnjoj desnoj koloni tabele 4.11. Kada su promjenljive postavljene na svoje optimalne vrijednosti, godišnji troškovi iznose minimalnih 3 280 €, a dizel-agregat prosječno radi 364 časa godišnje. Optimalne vrijednosti nominalne snage vjetroagregata i fotonaponskog sistema, kao i kapaciteta baterije, rezultat su kompromisa između zadovoljenja energetske potrebe bazne stanice i minimizacije investicionih troškova. Predloženi ugao nagiba fotonaponskih modula od 28° je manji od ugla koji je optimalan za sistem povezan na mrežu (36° u razmatranom regionu), što je rezultat potrebe da se proizvodnja električne energije poveća tokom ljetnih mjeseci, kada je klimatizacija intenzivnija. Izabrani stepen napunjenosti baterije, pri kojem se isključuje dizel-agregat, nalazi se skoro na donjoj granici, što znači da dizel-agregat ne treba koristiti za prepunjavanje baterije, nego samo dok ponovo ne postane dostupna proizvodnja iz nekog od obnovljivih izvora.

TABELA 4.11

Granice pretraživanja i nađeni optimum

Promjenljiva	Donja granica	Gornja granica	Optimum
$P_{PV, rated}$	2 kW	14 kW	<b>9,78 kW</b>
$P_{WT, rated}$	3 kW	7 kW	<b>3,77 kW</b>
$C_{B, rated}$	280 Ah	2 170 Ah	<b>688,3 Ah</b>
$\Sigma_{PV}$	20°	60°	<b>28,15°</b>
$T_{Fon}$	-5 °C	20 °C	<b>8,43 °C</b>
$SOC_{safe}$	0,20	0,95	<b>0,214</b>

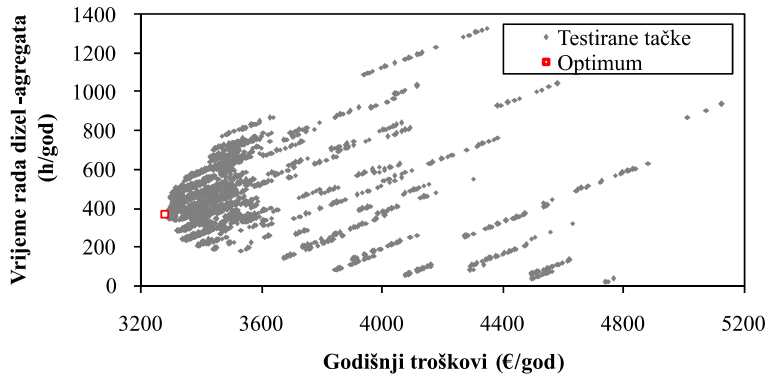
Proces konvergencije optimizacionog algoritma ka minimumu funkcije troškova je ilustrovan na slici 4.41. Tokom 90 iteracija u okviru optimizacionog algoritma, funkcija troškova (4.44) je izračunata 2 918 puta, a minimum je dostignut nakon 30 iteracija.



SLIKA 4.41

Ilustracija procesa konvergencije optimizacionog algoritma

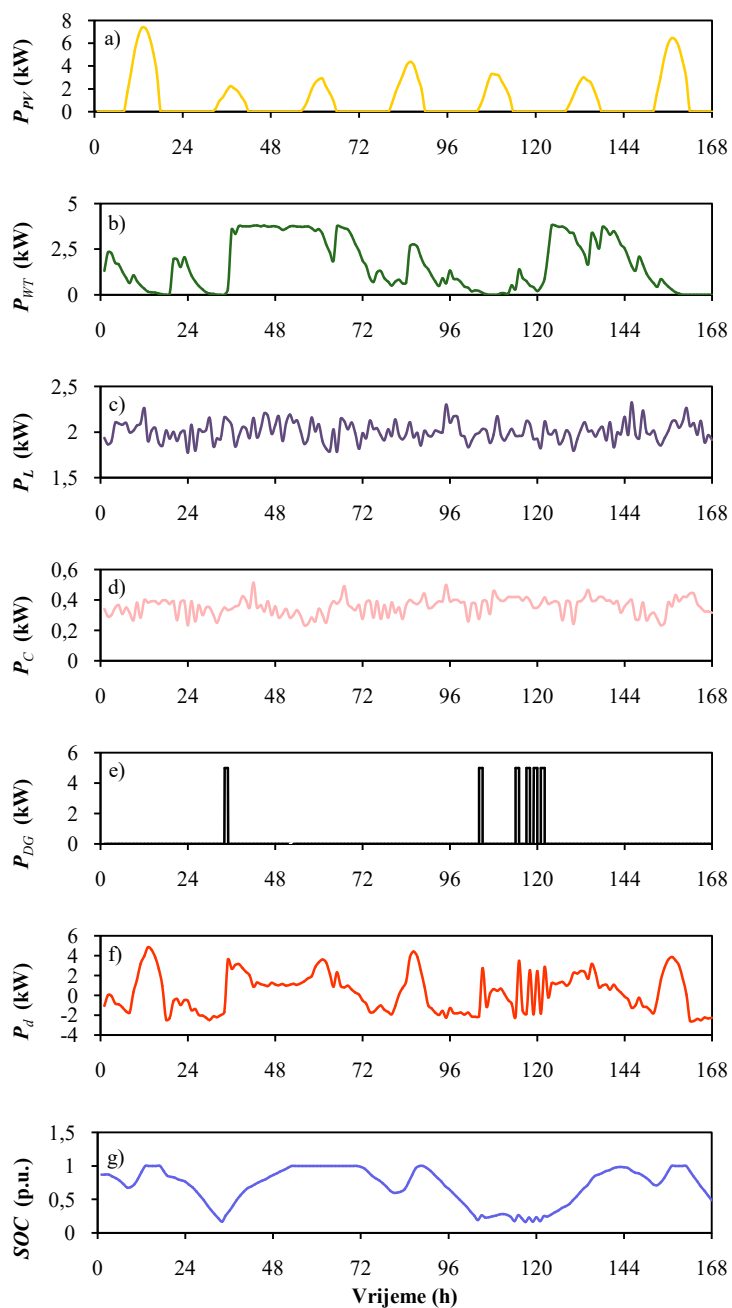
Skup uređenih parova godišnjih troškova i srednjeg vremena rada dizel-agregata, dobijenog od iteracije do iteracije, prikazan je na slici 4.42. Na slici je označen optimum, kao krajnja lijeva tačka. Grafik dat u ovom obliku je samo ideja ka proširenju predstavljenog pristupa na višekriterijumsku optimizaciju. Na grafiku se jasno vidi formiranje Pareto fronta i postojanje rješenja u kojima je moguće, na primjer, značajno smanjiti vrijeme rada dizel-agregata uz samo neznatno povećanje ukupnih godišnjih troškova sistema.


**SLIKA 4.42**

Mjesto optimuma u polju scenarija testiranih DIRECT algoritmom

Za potrebe naknadne analize, moguće je sačuvati sve veličine od interesa, kao što su vremenske serije pojedinih promjenljivih, koje su u prethodnom poglavlju prikazane na slikama 4.36 i 4.37. Radi detaljnijeg uvida, snage koje učestvuju u energetske bilansu, za jednu karakterističnu sedmicu, prikazane su na slici 4.43. Na slici 4.43a je prikazana snaga fotonaponskog sistema  $P_{PV}$ , gdje se jasno uočava razlika između vedrih i oblačnih dana. Na slici 4.43b je prikazana snaga vjetroagregata  $P_{WT}$ , sa oscilacijama između nule, kada je vjetar previše slab, do nominalne snage, kada je izlazna snaga ograničena maksimalnom snagom generatora. Na slici 4.43c je prikazana potrošnja telekomunikacione opreme  $P_L$ , dok je na slici 4.43d prikazana ukupna potrošnja uređaja za hlađenje  $P_C$ , u kojoj se smjenjuje učešće klima-uređaja i ventilatora, u zavisnosti od temperature ambijenta. Na slici 4.43e je prikazano kako je dizel-agregat  $P_{DG}$  pokrenut šest puta tokom posmatrane sedmice, dominantno tokom noći kada nema vjetra. Na slici 4.43f je prikazan debalans snage  $P_d$ , koji je izračunat kao razlika između ukupne proizvodnje i ukupne potrošnje. Konačno, na slici 4.43g je prikazan stepen napunjenosti baterije, gdje je moguće uočiti karakteristične intervale sa potpuno ispražnjenom ( $SOC = SOC_{min}$ ) i potpuno napunjenom baterijom ( $SOC = 1$  p.u.).



**SLIKA 4.43**

Vremenske serije promjenljivih tokom devete sedmice jedne test-godine



# 5

## ZAKLJUČAK

U knjizi je prikazana primjena Monte Karlo simulacija za rješavanje kompleksnih problema iz oblasti elektroenergetike.

Materija je predstavljena u tri cjeline. Prvo je definisana Monte Karlo metoda, uz tumačenje osnovnih pojmova iz teorije vjerovatnoće, koji su neophodni za pripremu i izvođenje Monte Karlo simulacija. Potom su predstavljene mogućnosti za modelovanje stohastičkih promjenljivih, važnih u elektroenergetici, kao što su brzina vjetra, iradijansa, temperatura ambijenta, snaga potrošnje i pouzdanost elemenata elektroenergetskog sistema. Na kraju je dato šest ilustrativnih primjera, u okviru kojih je Monte Karlo simulacija primijenjena za rješavanje karakterističnih problema iz oblasti relejne zaštite, pouzdanosti distributivnih sistema i planiranja upotrebe obnovljivih izvora energije.

U prvom ilustrativnom primjeru razmotrena je mogućnost primjene nesekvencijalne Monte Karlo simulacije za testiranje performansi algoritama digitalne relejne zaštite. Zaključeno je da su rezultati testiranja algoritama mnogo relevantniji ukoliko se za ulazne parametre biraju one vrijednosti koje se i u praksi javljaju sa većom vjerovatnoćom.

U drugom primjeru pokazana je primjena nesekvencijalne Monte Karlo simulacije na određivanje pokazatelja pouzdanosti distributivnih mreža. Konkretno je rješavan zadatak unapređenja pokazatelja pouzdanosti mreže ugradnjom lokatora kvarova i indikatora prolaska struje kvara.

Tema trećeg primjera je određivanje proizvodnje fotonaponskog sistema koji je postavljen na krov objekta u gradskoj sredini. Uz pomoć sekvencijalne Monte Karlo simulacije je pokazano koliko proizvodnja sistema može odstupati od očekivane vrijednosti usljed neizvjesnosti ulaznih veličina (iradijanse i temperature), uz uvažavanje uticaja okolnih prepreka koje, u nekim dijelovima dana, blokiraju direktnu i difuznu komponentu iradijanse.

U četvrtom primjeru razmatran je problem određivanja moguće snage obnovljivih izvora energije, koji se mogu priključiti na postojeću distributivnu mrežu, a da ne dođe do narušavanja njenih pogonskih ograničenja. Zadatak je rješavan

sekvencijalnom Monte Karlo simulacijom, a fokus je postavljen na praćenje naponskih prilika i gubitaka aktivne snage u test mreži.

U petom primjeru je predstavljena stohastička platforma za analizu performansi samostalnih hibridnih sistema za napajanje baznih stanica mobilne telefonije. Platforma se zasniva na sekvencijalnoj Monte Karlo simulaciji u kojoj se koriste vještački generisani podaci o brzini vjetra, iradijansi, temperaturi okoline i potrošnji telekomunikacione opreme. Rezultati simulacija pružaju važne pokazatelje za tehno-ekonomsku ocjenu sistema napajanja baznih stanica, kao što su godišnja upotreba obnovljive energije, broj sati rada rezervnog dizel-agregata i količina energije potrebne za hlađenje objekta bazne stanice.

Konačno, u šestom primjeru, prikazana je jednostavna mogućnost za optimizaciju primjenom Monte Karlo simulacija. Na simulacionu platformu iz petog primjera nadograđen je algoritam za efikasno variranje ključnih ulaznih parametara u svrhu maksimizacije tehno-ekonomskih performansi hibridnog sistema za napajanje bazne stanice mobilne telefonije. Na ovaj način je pokazano kako se mogu odrediti optimalne vrijednosti nominalne snage vjetroagregata i fotonaponskog sistema, kapaciteta baterije, te podešavanja radnih parametara, tako da se postigne pouzdano napajanje bazne stanice, uz minimalne godišnje troškove.

Svakako da postoji dosta mogućnosti za nastavak istraživanja na ovu temu. Mogući pravci budućeg rada bili bi: modelovanje stohastičkih veličina koje nisu predstavljene u ovoj knjizi (trendovi cijena električne energije i energenata na tržištu, pređena kilometraža i termini punjenja električnih vozila, riječni protok), poboljšanje efikasnosti simulacija (paralelna izračunavanja, redukcija broja scenarija), te razmatranje drugih zanimljivih problema, kojih u elektroenergetici ima napretek.

## LITERATURA

- [1] N. Metropolis, S. Ulam, *The Monte Carlo Method*, Journal of the American Statistical Association, vol. 44, no. 247, pp. 335–341, September, 1949.
- [2] M. Merkle, *Verovatnoća i statistika: za inženjere i studente tehnike*, 4. dopunjeno i izmenjeno izdanje, Akademska misao, Beograd, 2020.
- [3] G. E. P. Box, G. M. Jenkins, G. C. Reinsel, G. M. Ljung, *Time series analysis: forecasting and control*, John Wiley & Sons, 2015.
- [4] R. Y. Rubinstein, D. P. Kroese, *Simulation and the Monte Carlo method*, John Wiley & Sons, 2016.
- [5] R. E. Brown, *Electric power distribution reliability*, CRC press, 2009.
- [6] S. C. Savvides, *Risk analysis in investment appraisal*, Project Appraisal, vol. 9, no. 1, pp. 3–18, March 1994.
- [7] P. Chen, T. Pedersen, B. Bak-Jensen, Z. Chen, *ARIMA-based time series model of stochastic wind power generation*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 25, no. 2, pp. 667–676, May 2010.
- [8] R. Dufo-López, J. L. Bernal-Agustín, *New methodology for the generation of hourly wind speed data applied to the optimization of stand-alone systems*, Energy Procedia, vol. 14, pp. 1973–1978, 2012.
- [9] DTU Wind Energy, *Global Wind Atlas*, [Online]. Available: <https://globalwindatlas.info/>
- [10] *The Prediction of Worldwide Energy Resources (POWER) Docs funded by NASA*, [Online]. Available: <https://power.larc.nasa.gov/data-access-viewer/>
- [11] A. C. Brett, S. E. Tuller, *The autocorrelation of hourly wind speed observations*, Journal of Applied Meteorology, vol. 30, pp. 823–833, 1991.
- [12] Željko Đurišić, *Vjetroelektrane*, Akademska misao, Beograd, 2019.
- [13] S. Amara, S. Toumi, C. B. Salah, A. S. Saidi, *Improvement of techno-economic optimal sizing of a hybrid off-grid micro-grid system*, Energy, vol. 233, article 121166, October 2021.
- [14] P. Chen, P. Siano, B. Bak-Jensen, Z. Chen, *Stochastic Optimization of Wind Turbine Power Factor Using Stochastic Model of Wind Power*, IEEE Transactions on Sustainable Energy, vol. 1, no. 1, pp. 19–29, April 2010.
- [15] M. Sharafi, T. Y. ElMekkawy, *Stochastic optimization of hybrid renewable energy systems using sampling average method*, Renewable and Sustainable Energy Reviews, vol. 52, pp. 1668–1679, 2015.

- [16] A. Abbassi, M. A. Dami, M. Jemli, *A statistical approach for hybrid energy storage system sizing based on capacity distributions in an autonomous PV/Wind Power Generation System*, *Renewable Energy*, vol. 103, pp. 81–93, 2017.
- [17] M. A. Khallat, S. Rahman, *A Probabilistic Approach to Photovoltaic Generator Performance Prediction*, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. EC–1, no. 3, pp. 34–40, September 1986.
- [18] S. Rahman, M. A. Khallat, Z. M. Salameh, *Characterization of insolation data for use in photovoltaic system analysis models*, *Energy*, vol. 13, no. 1, pp. 63–72, 1988.
- [19] M. A. Gelchu, J. Ehnberg, D. Shiferaw, E. O. Ahlgren, *Impact of demand-side management on the sizing of autonomous solar PV-based mini-grids*, *Energy*, vol. 278, Part A, 127884, 2023.
- [20] S. Huang, O. Abedinia, *Investigation in economic analysis of microgrids based on renewable energy uncertainty and demand response in the electricity market*, *Energy*, vol. 225, 120247, 2021.
- [21] X. Fu, H. Chen, R. Cai, P. Yang, *Optimal allocation and adaptive VAR control of PV-DG in distribution networks*, *Applied Energy*, vol. 137, pp. 173–182, 2015.
- [22] M. B. Jannat, A. S. Savić, *Optimal capacitor placement in distribution networks regarding uncertainty in active power load and distributed generation units production*, *IET Generation, Transmission and Distribution*, vol. 10, pp. 3060–3067, 2016.
- [23] R. Kaur, V. Krishnasamy, N. K. Kandasamy, S. Kumar, *Discrete Multiobjective Grey Wolf Algorithm Based Optimal Sizing and Sensitivity Analysis of PV-Wind-Battery System for Rural Telecom Towers*, *IEEE Systems Journal*, vol. 14, pp. 729–737, 2020.
- [24] M. M. R. Singaravel, S. A. Daniel, *Studies on battery storage requirement of PV fed wind-driven induction generators*, *Energy Conversion and Management*, vol. 67, pp. 34–43, 2013.
- [25] F. Y. Ettoumi, A. Mefti, A. Adane, M. Y. Bouroubi, *Statistical analysis of solar measurements in Algeria using beta distributions*, *Renewable Energy*, vol. 26, pp. 47–67, 2002.
- [26] Q. Zhao, P. Wang, L. Goel, Y. Ding, *Evaluation of nodal reliability risk in a deregulated power system with photovoltaic power penetration*, *IET Generation, Transmission and Distribution*, vol. 8, pp. 421–430, 2014.

- [27] V. A. Graham, K. G. T. Hollands, T. E. Unny, *A time series model for  $K_t$  with application to global synthetic weather generation*, Solar Energy, vol. 40, no. 2, pp. 83–92, January 1988.
- [28] V. A. Graham, K. G. T. Hollands, *A method to generate synthetic hourly solar radiation globally*, Solar Energy, vol. 44, no. 6, pp. 333–341, January 1990.
- [29] R. J. Aguiar, M. Collares-Pereira, J. P. Conde, *Simple procedure for generating sequences of daily radiation values using a library of Markov transition matrices*, Solar Energy, vol. 40, no. 3, pp. 269–279, January 1988.
- [30] R. Aguiar, M. Collares-Pereira, *TAG: a time-dependent, autoregressive, Gaussian model for generating synthetic hourly radiation*, Solar energy, vol. 49, no. 3, pp. 167–174, September 1992.
- [31] R. Lajić, V. Risojević, Č. Zeljković, *Generating Synthetic Hourly Solar Radiation Sequences Using Generative Adversarial Networks*, In proc: The 30th International Electrotechnical and Computer Science Conference ERK, Portorož, Slovenija, 20–21. September, 2021.
- [32] Č. Zeljković, *Obnovljivi izvori energije: Solarna energetika*, Univerzitet u Banjoj Luci i Akademska misao Beograd, 2018.
- [33] European Commission Joint Research Centre, *PVGIS Solar radiation tool*, [Online]. Available: <https://ec.europa.eu/jrc/en/pvgis>.
- [34] J. L. Torres, M. De Blas, A. García, A. de Francisco, *Comparative study of various models in estimating hourly diffuse solar irradiance*, Renewable Energy, vol. 35, no. 6, pp. 1325–1332, June 2010.
- [35] B. Ridley, J. Boland, P. Lauret, *Modelling of diffuse solar fraction with multiple predictors*, Renewable Energy, vol. 35, no. 2, pp. 478–483, February 2010.
- [36] G. M. Masters, *Renewable and Efficient Electric Power Systems*, New York: Wiley Interscience, 2004.
- [37] T. M. Klucher, *Evaluation of models to predict insolation on tilted surfaces*, Solar Energy, 23 (2), 111–114, 1979.
- [38] J. E. Hay, J. A. Davies, *Calculations of the solar radiation incident on an inclined surface*. In: Proceedings of the First Canadian Solar Radiation Data Workshop, 59. Ministry of Supply and Services, Canada, 1980.
- [39] D. T. Reindl, W. A. Beckman, J. A. Duffie, *Evaluation of hourly tilted surface radiation models*, Solar Energy, 45 (1), 9–17, 1990.
- [40] R. Perez, P. Ineichen, R. Seals, J. Michalsky, R. Stewart, *Modeling Daylight Availability and Irradiance Components from Direct and Global Irradiance*, Solar Energy, vol. 44, pp. 271–289, 1990.

- [41] R. Dufo-López, I. R. Cristóbal-Monreal, J. M. Yusta, *Optimisation of PV-wind-diesel-battery stand-alone systems to minimise cost and maximise human development index and job creation*, Renewable Energy, vol. 94, pp. 280–293, 2016.
- [42] A. P. Dobos, *PVWatts version 5 manual*, National Renewable Energy Laboratory, Tech. Rep. NREL/TP-6A20-62641, September 2014.
- [43] B. Klöckl, G. Papaefthymiou, *Multivariate time series models for studies on stochastic generators in power systems*, Electric Power Systems Research, vol. 80, no. 3, pp. 265–276, 2010.
- [44] T. M. Alabi, L. Lu, Z. Yang, *Stochastic optimal planning scheme of a zero-carbon multi-energy system (ZC-MES) considering the uncertainties of individual energy demand and renewable resources: An integrated chance-constrained and decomposition algorithm (CC-DA) approach*, Energy, vol. 232, article 121000, 2021.
- [45] B. Lan, Z. Tian, X. Wu, *A simplified method of generating sequential meteorological parameters for uncertainty-based energy system design*, Energy and Buildings, vol. 237, article 110780, 2021.
- [46] ASHRAE, *Handbook-Fundamentals*, Atlanta, GA, 2017.
- [47] G. H. de Rooij, *A simple weather generator for applications with limited data availability: TEmpotRain 1.0 for temperatures, extra-terrestrial radiation, and potential evapotranspiration*, Geosci. Model Dev. Discuss., <https://doi.org/10.5194/gmd-2018-97>, in review, 2018.
- [48] E. Eccel, *What we can ask to hourly temperature recording. Part II: Hourly interpolation of temperatures for climatology and modelling*, Italian journal of agrometeorology, vol. 15, no. 2, pp. 45–50, August 2010.
- [49] W. Li, *Probabilistic transmission system planning*, Wiley-IEEE Press, 2011.
- [50] HOMER: Energy modeling software for hybrid renewable energy systems, <https://homerenergy.com>.
- [51] J. A. Jardini, C. M. V. Tahan, M. R. Gouvea, S. U. Ahn, F. M. Figueiredo, *Daily load profiles for residential, commercial and industrial low voltage consumers*, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 15, no. 1, pp. 375–380, January 2000.
- [52] M. H. Amrollahi, S. M. T. Bathaee, *Techno-economic optimization of hybrid photovoltaic/wind generation together with energy storage system in a stand-alone micro-grid subjected to demand response*, Applied Energy, vol. 202, pp. 66–77, 2017.
- [53] N. Rajaković, D. Tasić, *Distributivne i industrijske mreže*, Akademska misao, Beograd, 2008.



- [54] R. Billinton, W. Li, *Reliability Assessment of Electric Power Systems Using Monte Carlo Methods*, Springer Science+Business Media, New York, 1994.
- [55] G. H. Kjølle, A. T. Holen, *Reliability and interruption cost prediction using time-dependent failure rates and interruption costs*, *Quality and reliability engineering international*, 14(3), pp. 159–165, 1998.
- [56] M. Đurić, Z. Stojanović, *Relejna zaštita*, Akademska misao, Beograd, 2021.
- [57] S. J. Zubić, M. B. Đurić, Č. V. Zeljković, *Probabilistic assessment of new time-domain distance relay algorithms*, *Electric Power Systems Research*, vol. 119, pp. 218–227, February 2015.
- [58] S. J. Zubić, M. B. Djurić, *A distance relay algorithm based on the phase comparison principle*, *Electric Power Systems Research*, vol. 92, pp. 20–28, November 2012.
- [59] J. M. Gers, *Distribution System Analysis and Automation*, The Institution of Engineering and Technology, 2013.
- [60] E. Grahn, L. Ström, K. Alvehag, C. J. Wallnerström, L. W. Öhling, T. Johansson, *Incentivizing Continuity of Supply in Sweden*, In proc: European Energy Market (EEM), 2016 13th International Conference on the, Porto, Portugal, 6–9 June 2016.
- [61] K. Alvehag, K. Awodele, *Impact of Reward and Penalty Scheme on the Incentives for Distribution System Reliability*, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 29, no. 1, pp. 386–394, 2014.
- [62] C. Fernandes, A. Candelab, T. Gómez, *An Approach to Calibrate Incentives for Continuity of Supply in the Spanish Electricity Distribution System*, *Electric Power Systems Research*, vol. 82, pp. 81–87, 2012.
- [63] J. Northcote-Green, R. G. Wilson, *Control and Automation of Electric Power Distribution Systems*, CRC Press, Taylor & Francis Group, 2007.
- [64] M. M. Saha, J. J. Izykowski, E. Rosolowski, *Fault location on power networks*, Springer Science & Business Media, 2009.
- [65] E. Vidyasagar, P. V. N. Prasad, A. Fatima, *Reliability Improvement of a Radial Feeder Using Multiple Fault Passage Indicators*, *Energy Procedia* 14 (2012): 223-228.
- [66] D. J. Krajinak, *Faulted Circuit Indicators and System Reliability*, *IEEE Rural Electric Power Conference*, pp. A4/1-A4/4, Kentucky, USA, May 2000.
- [67] F. M. Angerer, *New developments in Faulted Circuit Indicators Help Utilities Reduce Cost and Improve Service*, *IEEE Rural Electric Power Conference*, pp. B4-B4/3, Charleston, South Carolina, USA, April 2008.
- [68] Đ. Lekić, P. Mršić, B. Erceg, Č. Zeljković, *Three Phase Line Model for Laboratory Testing of Fault Passage Indicators*, In proc: The 10th Mediterranean Conference on Power Generation, Transmission, Distribution

- and Energy Conversion – Med Power 2016, Belgrade, Serbia, 6–9 November 2016.
- [69] H. Falaghi, M. -R. Haghifam, M. R. Osouli Tabrizi, *Fault Indicators Effects on Distribution Reliability Indices*, In proc: CIRED 2005 - 18th International Conference and Exhibition on Electricity Distribution, Turin, June 2005.
- [70] Č. Zeljković, P. Mršić, *Fast and Efficient Placement of Fault Indicators Based on the Pattern Search Algorithm*, In proc: Power Electronics (Ee), 2017 International Symposium on, Novi Sad, Serbia, 19–21 October 2017.
- [71] Č. Zeljković, P. Mršić, B. Erceg, Đ. Lekić, P. Matić, S. Zubić, P. Balcerek, *Performance assessment of fault locators and fault passage indicators in distribution networks by the non-sequential Monte Carlo simulation*, in 2018 International Symposium on Industrial Electronics (INDEL), Banja Luka, Bosnia and Herzegovina, 1–3 November, 2018.
- [72] W. F. Usida, D. V. Coury, R. A. Flauzino, I. N. da Silva, *Efficient Placement of Fault Indicators in an Actual Distribution System Using Evolutionary Computing*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 27, no. 4, pp. 1841–1849, November 2014.
- [73] IEEE Std C37.114, *IEEE Guide for Determining Fault Location on AC Transmission and Distribution Lines*, June 2005.
- [74] P. Mršić, Č. Zeljković, Đ. Lekić, B. Erceg, P. Matić, S. Zubić, P. Balcerek, *Minimization of Power Interruption Time in MV Distribution Networks with Fault Locators Based on Optimal Placement of Fault Passage Indicators*, in 2018 International Symposium on Industrial Electronics (INDEL), Banja Luka, Bosnia and Herzegovina, 1–3 November, 2018.
- [75] IEA PVPS, *Snapshot of Global PV Markets 2023*, Report IEA-PVPS T1-44:2023, April 2023.
- [76] Č. Zeljković, P. Mršić, B. Erceg, *Simulation-Based Energy Assessment of PV Systems Installed in an Urban Environment*. In proc: 20th International Symposium Power Electronics Ee2019, Novi Sad, Serbia, October 23–26, 2019.
- [77] S. Freitas, C. Catita, P. Redweik, M. C. Brito, *Modelling solar potential in the urban environment: State-of-the-art review*, Renewable and Sustainable Energy Reviews, vol. 41, pp. 915–931, January 2015.
- [78] B. Goss, I. Cole, T. Betts, R. Gottschalg, *Irradiance modelling for individual cells of shaded solar photovoltaic arrays*, Solar Energy, vol. 110, pp. 410–419, December 2014.

- [79] M. Hämmerle, T. Gál, J. Unger, A. Matzarakis, *Different aspects in the quantification of the sky view factor in complex environments*, Acta Climatologica et Chorologica, vol. 47–48, pp. 53–62, 2014.
- [80] B. Y. H. Liu, R. C. Jordan, *Daily insolation on surfaces tilted towards the equator*, Trans. ASHRAE, vol. 67, pp. 526–541, 1962.
- [81] S. M. Ismael, S. H. E. Abdel Aleem, A. Y. Abdelaziz, A. F. Zobaa, *State-of-the-art of hosting capacity in modern power systems with distributed generation*, Renewable Energy, vol. 130, pp. 1002–1020, 2019.
- [82] V. Starčević, Č. Zeljković, N. Kitić, P. Mršić, B. Erceg, V. Jovanović, *PV system integration assessment by automated Monte Carlo simulation in DIGSILENT PowerFactory*. In proc: 2021 International Symposium Infoteh Jahorina (INFOTEH 2021), East Sarajevo, Bosnia and Herzegovina, March 17–19, 2021.
- [83] P. Mršić, Č. Zeljković, P. Stefanov, *Procjena mogućnosti priključenja fotonaponskog sistema na sredjenaponsku distributivnu mrežu primjenom sekvencijalne Monte Carlo simulacije*, rad prihvaćen za izlaganje na konferenciji Energetika, Zlatibor, Srbija, 25–28. jun, 2024.
- [84] P. Schavemaker, L. van der Sluis, *Electrical Power System Essentials*, John Wiley, 2008.
- [85] U. H. Ramadhani, M. Shepero, J. Munkhammar, J. Widén, N. Etherden, *Review of probabilistic load flow approaches for power distribution systems with photovoltaic generation and electric vehicle charging*, International Journal of Electrical Power & Energy Systems, vol. 120, 106003, 2020.
- [86] F. Yaprakdal, M. Baysal, A. Anvari-Moghaddam, *Optimal operational scheduling of reconfigurable microgrids in presence of renewable energy sources*, Energies, vol. 12, pp. 1858–1875, 2019.
- [87] Y. Thiaux, T. T. Dang, L. Schmerber, B. Multon, H. B. Ahmed, S. Bacha, Q. T. Tran, *Demand-side management strategy in stand-alone hybrid photovoltaic systems with real-time simulation of stochastic electricity consumption behavior*, Applied Energy, vol. 253, article 113530, 2019.
- [88] International Energy Agency (IEA), *World Energy Outlook 2019*, IEA: Paris, France, 2019.
- [89] A. K. Kuno, N. Begna, F. Mebratu, *A feasibility analysis of PV-based off-grid rural electrification for a pastoral settlement in Ethiopia*, Energy, vol. 282, article 128899, 2023.
- [90] E. Mulenga, A. Kabanshi, H. Mupeta, M. Ndiaye, E. Nyirenda, K. Mulenga, *Techno-economic analysis of off-grid PV-Diesel power generation system for rural electrification: A case study of Chilubi district in Zambia*, Renewable Energy, vol. 203, pp. 601–611, 2023.

- [91] E. R. Sadik-Zada, W. Loewenstein, F. S. Dumbuya, *Modernization through solar off-grid electrification? A mixed picture for rural Sierra Leone*, *The Electricity Journal*, vol. 36, no. 7, article 107316, 2023.
- [92] E. Koutroulis, D. Kolokotsa, A. Potirakis, K. Kalaitzakis, *Methodology for optimal sizing of stand-alone photovoltaic/wind-generator systems using genetic algorithms*, *Solar Energy*, vol. 80, no. 9, pp. 1072–1088, 2006.
- [93] Č. Zeljković, P. Mršić, B. Erceg, Đ. Lekić, N. Kitić, P. Matić, *Cost Effectiveness of Standalone Hybrid Power Supplies at Different Locations across Europe*, In proc: 57th International Universities Power Engineering Conference (UPEC 2022), Istanbul, Turkey, 30 August – 2 September, 2022.
- [94] A. Petraglia, A. Spagnuolo, C. Vetromile, A. D'Onofrio, C. Lubritto, *Heat flows and energetic behavior of a telecommunication radio base station*, *Energy*, vol. 89, pp. 75–83, 2015.
- [95] J. Wang, Q. Zhang, Y. Yu, *An advanced control of hybrid cooling technology for telecommunication base stations*, *Energy and Buildings*, vol. 133, pp. 172–184, 2016.
- [96] Č. Zeljković, P. Mršić, B. Erceg, Đ. Lekić, N. Kitić, P. Matić, T. M. Şoimoşan, *A Monte Carlo simulation platform for studying the behavior of Wind-PV-Diesel-Battery powered mobile telephony base stations*. In proc: 2020 International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems (PMAPS 2020), Liege, Belgium, August 18–21, 2020.
- [97] A. Spagnuolo, A. Petraglia, C. Vetromile, R. Formosi, C. Lubritto, *Monitoring and optimization of energy consumption of base transceiver stations*, *Energy*, vol. 81, pp. 286–293, 2015.
- [98] R. Dufo-López, I. R. Cristobal-Monreal, J. M. Yusta, *Stochastic-heuristic methodology for the optimisation of components and control variables of PV-wind-diesel-battery stand-alone systems*, *Renewable Energy*, vol. 99, pp. 919–935, 2016.
- [99] H. Yang, W. Zhou, L. Lu, Z. Fang, *Optimal sizing method for stand-alone hybrid solar–wind system with LPSP technology by using genetic algorithm*, *Solar Energy*, vol. 82, pp. 354–367, 2008.
- [100] A. S. Savić, D. Šošić, G. Dobrić, M. Žarković, *Metode optimizacije: Primena u elektroenergetici*, Akademska misao, Beograd, 2018.
- [101] Č. Zeljković, P. Mršić, B. Erceg, Đ. Lekić, N. Kitić, P. Matić, T. Soimosan, *Probabilistic Techno-Economic Assessment of Wind-PV-Diesel-Battery Power Supplies for Mobile Telephony Base Stations*, In proc: 2020 International Symposium on Industrial Electronics and Applications - INDEL 2020, Banja Luka, Bosnia and Herzegovina, November 4–6, 2020.

- [102] Č. Zeljković, P. Mršić, B. Erceg, Đ. Lekić, N. Kitić, P. Matić, *Optimal sizing of photovoltaic-wind-diesel-battery power supply for mobile telephony base stations*, Energy, vol. 242, pp. 1–16, March 2022.
- [103] D. R. Jones, C. D. Perttunen, B. E. Stuckman, *Lipschitzian optimization without the Lipschitz constant*. *Journal of Optimisation Theory and Applications*, vol. 79, pp. 157–181, 1993.
- [104] P. Nicholas, *A dividing rectangles algorithm for stochastic simulation optimization*, In proc: 14th INFORMS Computing Society Conference, Richmond, Virginia, January 11–13, 2015, pp. 47–61.
- [105] Y. Kalinci, A. Hepbasli, I. Dincer, *Techno-economic analysis of a stand-alone hybrid renewable energy system with hydrogen production and storage options*, International Journal of Hydrogen Energy, vol. 40, pp. 7652–7664, 2015.
- [106] B. K. Das, M. A. Alotaibi, P. Das, M. S. Islam, S. K. Das, Md A. Hossain, *Feasibility and techno-economic analysis of stand-alone and grid-connected PV/Wind/Diesel/Batt hybrid energy system: A case study*, Energy Strategy Reviews, vol. 37, article 100673, 2021.
- [107] J. N. W. Chiu, P. Gravoille, V. Martin, *Active free cooling optimization with thermal energy storage in Stockholm*, Applied Energy, vol. 109, pp. 523–529, 2013.